

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC  
Centro Sócio Econômico - CSE  
Departamento de Economia e Relações Internacionais

THALES LUIS BENITES SORIA

Estudo teórico sobre a relação da renda e da poupança em modelos de crescimento  
neoclássico e pós-keynesiano

Florianópolis, 2017

THALES LUIS BENITES SORIA

**ESTUDO TEÓRICO SOBRE A RELAÇÃO DA RENDA E DA POUPANÇA EM  
MODELOS DE CRESCIMENTO NEOCLÁSSICO E PÓS-KEYNESIANO.**

Monografia apresentada ao curso de Ciências  
Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina  
como requisito obrigatório para a obtenção do título em  
Bacharel em Ciências Econômicas

**Orientadora:** Dra. Eva Yamila Amanda Catela da Silva

Florianópolis, 2017

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC  
Centro Sócio Econômico - CSE  
Departamento de Economia e Relações Internacionais

ESTUDO TEÓRICO SOBRE A RELAÇÃO DA RENDA E DA POUPANÇA EM  
MODELOS DE CRESCIMENTO NEOCLÁSSICO E PÓS-KEYNESIANO

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 9,5 ao aluno Thales Luis Benites Soria na disciplina CNM 7107 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Aprovado em: 28 de Novembro de 2017.

BANCA EXAMINADORA

---

Dra. Eva Yamila Amanda da Silva Catela  
(Orientadora)

---

Dr. Guilherme de Oliveira  
(Professor UFSC)

---

Dr. Jaylson Jair da Silveira  
(Professor UFSC)

## RESUMO

Esse trabalho tem por fim estudar as hipóteses sobre como economias crescem em modelos neoclássicos no estilo Solow-Swan, especialmente no que tange a taxa de poupança e seus efeitos na acumulação de capital por trabalhador, salários e lucros. A hipótese de uma taxa de poupança exogenamente determinada é relaxada, e, seguindo King e Rebelo (1993), passa a ser determinada endogenamente em relação a uma renda de subsistência necessária, o que acarreta em um duplo equilíbrio, incluindo um equilíbrio em armadilha de pobreza. Essa armadilha de pobreza implica que a economia pode não ter fôlego pra iniciar sua acumulação de capital por trabalhador, estagnando os salários a um salário de subsistência. Utilizando as hipóteses kaldoriana de distribuição de renda, é possível demonstrar um mecanismo interno que permite ‘aliviar’ os impactos de armadilha de pobreza em uma economia, e assim retomar crescimento até um novo estado estacionário em um nível mais elevado, semelhante ao definido pelo modelo Solow-Swan.

**Palavras-chave:** Taxa de poupança, modelos de crescimento, Solow-Swan, armadilha de pobreza.

## ABSTRACT

This paper intend to collaborate with the analyzsis of the hypotheses about how economies growth in the neoclassical Solow-Swan model, especially regarding the rate of savings and its effects on the accumulation of capital per worker, wages and profits. The hypothesis of an exogenously given savings rate is relaxed, and, following King and Rebelo (1993), is endogenously determined in relation to a necessary subsistence level of income, which leads toward a double state equilibrium, including a poverty trap. This poverty trap implies that the economy has no steam to start his capital per worker accumulation process, stagnating wages at a subsistence level income. Using the Kaldorian hypothesis of income distribution, it's possible to demonstrate an internal mechanism that allows to a certain 'relieve' to the poverty trap impacts on an economy, and thus resume growth to a new steady state at a higher level, similar to that defined by the Solow-Swan model.

**Keywords:** Saving rates, growth models, Solow-Swan, poverty trap.

## AGRADECIMENTOS

Agradecer é um gesto de humildade, um momento de reconhecer que não conseguiríamos alcançar nossos objetivos sem a ajuda de outros. Em minha primeira contribuição pública para as ciências econômicas, algumas pessoas estiveram presentes.

Primeiramente agradeço a minha mãe, Suzete Necchi Benites por tudo que fez por mim, a qual eu não estaria escrevendo sem a sua ajuda, e nunca terei como retribuir o amor e as oportunidades recebidas desde sempre, muito obrigado. Agradeço a minha vó Catharina, por ser a minha segunda mãe. Aos demais familiares e entes queridos, no Brasil e fora, também deixo o meu obrigado.

Agradeço a professora Eva, por ter me aceitado como orientando, e além ter me guiado durante a elaboração do presente trabalho, me apresentou as bases do crescimento econômico. Meus agradecimentos a minha banca, professor Jaylson e professor Guilherme, duas pessoas cujo conhecimento me inspiraram e motivaram a aprender mais sobre economia, tenham certeza que captei sua paixão nossa ciência. Agradeço aos demais professores que contribuíram para minha formação acadêmica, me comprometo em retribuir aprofundando meus estudos sobre a economia como um todo.

Sou grato pela oportunidade de ter sido monitor da disciplina de Macroeconomia II, o que além de me manter em contato com o tema de crescimento econômico, fortaleceu meu desejo de seguir na área acadêmica. Aos colegas que tive o prazer de ser seu monitor, espero ter passado um pouco da obsessão pelo tema, e tê-los ajudados em suas próprias caminhadas.

Também agradeço aos amigos que fiz nesses anos de faculdade, e que quando necessitava me estenderam sua amizade, não citarei nomes, vocês sabem quem vocês são. Em especial aos que viram este trabalho se desenvolver durante o último ano: Alessandra, Kluge, Toscani, Sheep, Borba, Otto e Alejandro, espero que o tempo não nos afaste, e que guardemos nossos momentos como boas recordações.

A todos, meus mais sinceros obrigados, esse trabalho também é um pouco de vocês.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Relação salário real e capital por trabalhador. ....	22
Figura 2. Sobreposição entre modelo básico e dois modelos com renda de subsistência .....	30
Figura 3. Relação salário real e capital por trabalhador com renda de subsistência .....	32
Figura 4. Relação salário real e capital por trabalhador com renda de subsistência submetido a hipóteses kaldorianas .....	49

## SUMARIO

INTRODUÇÃO.....	9
- TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA .....	9
- OBJETIVOS .....	10
- Objetivo Geral .....	10
- Objetivos Específicos .....	10
- Justificativa .....	10
METODOLOGIA.....	13
REFERENCIAL TEÓRICO.....	15
1 APRESENTAÇÃO DO MODELO NEOCLÁSSICO .....	17
1.1 DEDUÇÃO DA TAXA DE POUPANÇA NEOCLÁSSICA EM FUNÇÃO DO CAPITAL POR TRABALHADOR .....	17
1.2 EFEITOS NOS SALÁRIOS E LUCROS .....	21
2 ENDOGENEIZANDO A POUPANÇA.....	27
2.1 RELACIONANDO POUPANÇA COM UMA RENDA DE SUBSISTÊNCIA.....	27
2.2 REVISITANDO O SALÁRIO REAL.....	31
2.3 EXPANDINDO A RENDA DE SUBSISTÊNCIA PARA UM CONSUMO MÍNIMO LIMITE.....	35
3 UMA ANÁLISE KALDORIANA .....	39
3.1 APRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CAMBRIDGE.....	39
3.2 UNIFICANDO AS HIPOTHESES .....	42
3.3 NOVAS IMPLICAÇÕES NOS SALÁRIOS .....	47
CONCLUSÃO.....	52
REFERENCIAS .....	54



## INTRODUÇÃO

### TEMA E PROBLEMA DE PESQUISA

O crescimento econômico é um dos temas principais na ciência econômica, e junto com a questão da distribuição de renda, são as questões de maior importância em esta ciência. Desde Adam Smith (1776) em *A Riqueza das Nações* essa sempre foi uma das preocupações centrais dos economistas. Embora após David Ricardo (1817) a questão da distribuição do produto/renda tenha recebido mais atenção dos economistas da época, além do surgimento de inúmeros outros assuntos na economia teórica, esse campo de estudo sofreu um renascimento nos últimos 60 anos, e dessa vez com forte embasamento matemático, sobretudo com os estudos iniciais de Harrod (1939) e Domar (1946), e o modelo neoclássico de Solow (1956) e Swan (1956). Embora haja algumas críticas contra esse modelo, ele continua sendo o modelo de referência em crescimento econômico, com uma vasta literatura para aprimora-lo (como Romer (1990) e Scarpello (2003)). Uma das questões fundamentais destes modelos é o papel da poupança, que por premissas neoclássicas é dada exogenamente, ou seja, um dos motores do crescimento econômico é decidido fora, e não explicado pelo modelo.

A endogeneização da poupança já havia sido tratada por autores como Frank Ramsey (1928), e posteriormente por David Cass (1965). Ros (2013), por exemplo, apresenta uma equação de poupança endógena baseada nos artigos de crescimento dinâmico de King e Rebelo (1993), que tem como foco apresentar a dinâmica de crescimento de uma função em estilo Stone-Geary com uma renda de subsistência necessária por trabalhador. Os resultados obtidos são similares a modelos que resultam em armadilha de pobreza, como nos clássicos de Lewis (1954) e Nelson (1956).

Uma das possíveis causas deste resultado é a consideração da renda e níveis de subsistência como homogêneas entre toda a população da economia, levando, *ceteris paribus*, que a poupança agregada sempre gere o mínimo necessário para manter o nível de renda de subsistência constante no tempo, bloqueando o crescimento econômico. É possível que considerando níveis de rendas heterogêneas na economia, como por exemplo lucros e salários, a atribuído comportamento distinto em relação a taxa de poupança a cada uma dessas rendas, seja possível superar os resultados apresentado por King e Rebelo.

Logo, dada a relação entre rendas, poupança e crescimento econômico, o trabalho a seguir tem a intenção de analisar sob perspectivas teóricas diferentes como funciona a relação entre a renda e poupança na visão de Solow e Swan, King e Rebelo, Kaldor, e Pasinetti, e tentar contribuir de maneira teórica ao estudo da relação entre distribuição de renda, poupança, e crescimento econômico.

## OBJETIVOS

### **Objetivo Geral**

O objetivo desse trabalho consiste em analisar o efeito da poupança e sua relação com a renda, salários e lucros em modelos de crescimento neoclássico e keynesiano. Analisar o papel da mesma em no modelo Solow-Swan e na equação de Cambridge.

### **Objetivos Específicos**

- a) Apresentar o modelo de crescimento neoclássico Solow-Swan, destacando o papel da poupança.
- b) Mostrar que algumas das premissas que tentam endogeneizar a questão da poupança recaem em uma armadilha de pobreza.
- c) Apresentar um modelo próprio seguido as hipóteses de distribuição de renda kaldoriana, e inserir matematicamente a equação de Cambridge para apresentar uma solução teorica a armadilha de pobreza

## JUSTIFICATIVA

### **A necessidade do estudo da poupança e da renda, ou problema da homogeneidade.**

Nos modelos mainstream de crescimento econômico, cuja base é o modelo de crescimento neoclássico formulado individualmente por Robert Solow (1956) e Trevor Swan (1956), a poupança é tratada de maneira exógena embora seja o motor fundamental da acumulação de capital, e consequentemente do crescimento de

economias. De maneira intuitiva pode-se afirmar que, embora (como será demonstrado a seguir) no longo prazo as economias convergem para uma proporção capital por trabalhador estacionária; mantendo uma taxa de crescimento populacional constante, uma taxa de depreciação constante, a taxa de poupança é o que determina o nível de renda por trabalhador de uma economia. Sendo essa taxa de poupança fixa e constante durante o tempo, e no estado estacionário, em que a acumulação de capital por trabalhador é zero, a poupança por trabalhador sustenta a reposição  $(n + \delta)k$ , a taxa de poupança assume a forma de:

$$s = \frac{(n + \delta)k}{q}, \quad (1)$$

onde  $s$  a taxa de poupança,  $n$  a taxa de crescimento populacional,  $\delta$  a taxa de depreciação do capital,  $k$  o nível de capital por trabalhador, e  $y$  o nível de produto por trabalhador. O modelo de Solow implica em um crescimento contínuo de economias, e uma convergência entre elas no longo prazo, mas falha em explicar o porquê de economias em menor nível de renda per capita crescerem lentamente, ou mesmo porque se encontram em um estado de estagnação economia de baixo nível.

Ao seguir Ros (2013) apoiado por King e Rebelo (1993), assumindo a simples premissa de uma parcela  $\psi$  da renda ser usada para subsistência, com  $\phi$  sendo a propensão marginal a consumir acima do nível de subsistência, pode se ilustrar a taxa de poupança como:

$$s = (n + \delta) \frac{k}{q} + (1 - \phi) \left(1 - \frac{\psi}{q}\right) \quad (2)$$

A equação acima possui a interessante característica de caso a renda por trabalhador for exatamente o necessário para manter um nível de subsistência, ou seja,  $q = \psi$ , não haverá acumulação de capital no próximo período de tempo, levando a uma armadilha de pobreza.

Esta armadilha pode ser superada caso não se considere a renda da economia como homogênea, e caso os detentores de diferentes níveis de renda reajam de maneira distinta em relação a poupança. Por esse motivo é interessante e faz-se necessário

recorrer a autores heterodoxos como Kaldor (1956) e Pasinetti (1979) que já trataram da distribuição entre diferentes níveis de renda, para ver como rendas heterogêneas afetam o crescimento econômico a partir dessas perspectivas, ajudando ou não a resolver o problema da armadilha de pobreza.

## METODOLOGIA

Esse trabalho tem por fim ser um trabalho de natureza investigativa e descritiva teórica.

Grande parte das explicações iniciais, sobretudo na explanação do problema será uma adaptação baseada em manuais de macroeconomia e crescimento econômico (mais especificamente ROS, 2013). As investigações subsequentes serão feitas utilizando os artigos e livros, o que é possível pela existência de grandes bancos de artigos econômicos como o JSTOR, banco de dado que reúne artigos econômicos de importantes veículos de publicações econômicas como o *Quarterly Journal of Economics* da universidade de Oxford, *The Economic Journal* da Real Academia de Economia de Londres, *Academic Review of Economics* da American Economic Association, entre outros, todos meios de publicações econômicas presentes a mais de 150 anos em nossa ciência.

Um dos fundamentos do trabalho é analisar a questão das rendas, lucros, salários e poupança na visão heterodoxa, como o espectro do que se pode considerar ‘heterodoxo’ e fora do mainstream econômico é bastante amplo, os autores utilizados nessa visão serão principalmente Kaldor e Pasinetti.

O trabalho segue uma linha de raciocínio clara: na primeira parte deduzir o modelo de crescimento neoclássico Solow-Swan a partir das premissas originais; em seguida mostrar como aplicar restrições mais realistas ao modelo acaba por cair em uma armadilha de pobreza já discutido por autores como Nelson (1956) e Leberstein (1957); apresentar a visão heterodoxa sobre distribuição de renda entre salário e lucros para economistas heterodoxos, e por fim, concluir como esses novos conceitos ajudam o problema inicial.

Como esse trabalho se baseia em artigos e livros de diversos autores, que embora todos economistas, utilizam símbolos e letras diferentes para designar/referir a um mesmo parâmetro. Sendo o mais comum *quantidade de produto* ser definido como  $Y$  ou  $Q$ ; e *trabalho* como  $N$  ou  $L$ . Como não há um consenso formal nas ciências econômicas em torno desse problema, foram padronizados todos os parâmetros em torno de um único símbolo/letra cada. Por exemplo, quando for demonstrada a

existência de *uma elasticidade de consumo*, ela será representada por  $\phi$ , embora no artigo original ela seja escrita como  $\sigma$ ; ou em alguns livros é usado  $k$  para *acumulação do produto por trabalhador*, foi escolhido deixar em termos da sua derivada em relação ao tempo  $\frac{dk}{dt}$ .

## REFERENCIAL TEÓRICO

Crescimento econômico e distribuição de renda são temas que possuem uma grande quantidade de literatura econômica escrita a respeito de cada um deles, especialmente porque são temas que surgem respectivamente nas duas perguntas mais feitas em macroeconomia: “por que alguns países são mais ricos que outros?”, e “por que algumas pessoas são mais pobres que outras?”. Há uma inúmera gama de respostas dos mais diferentes tipos e visões para essas perguntas, de autores liberais a marxistas, de neoclássicos a pós-keynesianos, e por assim em diante. Estas perguntas podem relacionar-se à pergunta feita por Solow (2000) “como países crescem e deixam de ser pobres”, ou de forma mais precisa: em quais condições uma economia é capaz de crescer de maneira constante e sustentável no longo prazo? Os primeiros a tentar dar uma resposta direta a essa pergunta foram Roy Harrod (1939) e Evsey Domar (1946), que de maneira separada concluíram que isso seria possível quando a taxa de poupança de uma economia sustentasse o crescimento populacional e a taxa de depreciação do capital da mesma.

Alguns anos mais tarde Robert Solow (1956) e Trevor Swan (1956), resolveram o problema de ‘fio da navalha’ encontrado no modelo de Harrod e Domar, em que dada as proporções fixas entre capital e produto, há uma taxa de crescimento natural que deve ser igual à taxa de crescimento garantida. Solow e Swan contra argumentaram a mantendo poupança fixa, mas a proporção entre capital e produto alterável, desenvolvendo assim, separadamente, o que viria a ser conhecido como o modelo de crescimento neoclássico, se tornando o modelo base para a teoria mainstream.

No modelo de Solow-Swan, por seguir uma função de produção  $Q = f(K, L)$  sujeita às hipóteses neoclássicas habituais de produtividade de marginal decrescente, e retornos constante de escala, o salário dos trabalhadores será igual a produtividade marginal do trabalho, no sentido de  $w = PMG_L$ . No estado estacionário, onde cessa a acumulação de capital por trabalhador os salários se mantem constantes, mas todo aumento de tecnologia caso se traduza em um aumento da produtividade por trabalhador efetivo, se traduz em um aumento real do salário. Nesse sentido não há conflito distributivo presente na divisão das rendas.

No que tange a literatura sobre distribuição de renda heterodoxa, Kaldor é provavelmente um dos nomes mais relevante, tendo artigos como *Alternative Theories of Distribution* (1956), no qual ele separa a renda da economia em dois tipos: salários  $w$ , e lucros  $\pi$ . Nesse mesmo artigo ele retoma o papel do comportamento distinto da poupança nesses dois tipos de renda, e deduz que ao contrário do modelo de Harrod-Domar e Solow-Swan, a poupança  $s$  é na verdade a média entre a poupança advinda dos lucros  $s_\pi$  e da poupança advinda dos salários  $s_w$ . Luigi Pasinetti por também ser de Cambridge, continua o debate iniciado por Kaldor, mas em *Crescimento e Distribuição de Renda* (1979) apresenta algumas colocações quanto às conclusões do mesmo, sobretudo no que ele chama de equação de ‘equação de Cambridge’.



# 1. APRESENTAÇÃO DO MODELO NEOCLÁSSICO

Nos modelos neoclássicos de crescimento econômico, cuja base é o modelo formulado individualmente por Robert Solow (1956) e Trevor Swan (1956), a poupança é tratada de maneira exógena embora seja o motor fundamental da acumulação de capital, e consequentemente do crescimento das economias. Pode-se afirmar que, embora (como será demonstrado a seguir) no longo prazo as economias convergem para uma proporção capital por trabalhador estacionária; dada uma taxa de crescimento populacional e uma taxa de depreciação constantes e exógenas, e tudo o mais constante, a taxa de poupança é o que determina o nível de renda por trabalhador de uma economia. Essa premissa possui fortes implicações se relacionada com salários e distribuição de renda, o que será discutido mais adiante, em primeiro lugar é interessante demonstrar a dedução do modelo de crescimento neoclássico.

## 1.1 DEDUÇÃO DA TAXA DE POUPANÇA NEOCLÁSSICA EM FUNÇÃO DO CAPITAL POR TRABALHADOR

As deduções iniciais a seguir tratam de um resumo direto da construção do modelo de crescimento neoclássico, da maneira que o mesmo é apresentado na academia em manuais de crescimento econômico como o de Aghion e Howitt (1998), e Barro e Sala-I-Martin (1995).

O modelo de crescimento neoclássico se apoia em três hipóteses:

- I. A quantidade de produto  $Q$  de uma economia é uma função do estado de capital investido  $K$  e da quantidade de trabalho aplicada  $L$ .

$$Q = f(K, L) \tag{1.1.1}$$

Sujeito às hipóteses habituais de retornos produtividade marginais decrescentes e retornos de escala constante.

$$\frac{\partial Q}{\partial K} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial Q}{\partial L} > 0 \quad (1.1.2)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial^2 K} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 L} < 0 \quad (1.1.3)$$

$$nQ = f(nK, nL) \quad (1.1.4)$$

- II. O capital se acumula de um período ao outro pelo nível de investimento  $I$  descontado uma taxa de depreciação  $\delta$ .

$$\frac{dK}{dt} = I - \delta K, \quad (1.1.5)$$

sendo  $I$  igual a uma taxa de poupança  $s$  do produto  $Q$ , logo a acumulação de capital pode ser reescrita substituindo  $I$  por  $sQ$ .

$$\frac{dK}{dt} = sQ - \delta K. \quad (1.1.6)$$

- III. A taxa de crescimento do trabalho, considerando as hipóteses neoclássicas de empregabilidade total dos fatores, e consequentemente de não desemprego, será dada exogenamente pelo próprio crescimento da população a uma taxa  $\lambda$ .

$$\frac{\frac{dL}{dt}}{L} = \lambda. \quad (1.1.7)$$

Considerando os retornos constantes de escala, dividindo capital e trabalho pela própria quantidade de trabalho, e denominando a proporção capital por trabalhador  $\frac{K}{L}$  de  $k$ , é possível reescrever  $Q$  como uma nova função somente de *capital por trabalhador*  $k$ .

$$\frac{1}{L} Q = f\left(\frac{K}{L}, \frac{L}{L}\right) \quad \therefore \quad Q = Lf(k) \quad (1.1.8)$$

Modificando a proporção capital por trabalhador, e diferenciando totalmente  $K$  em relação ao tempo, obtemos que:

$$\frac{K}{L} = k \quad \therefore \quad K = kL \quad \therefore \quad \frac{dK}{dt} = \frac{dk}{dt}L + k\frac{dL}{dt} \quad (1.1.9)$$

Igualando o resultado da derivação de  $K$  a segunda premissa anteriormente citada, e isolando  $\frac{dk}{dt}$ :

$$\frac{dk}{dt}L + k\frac{dL}{dt} = sQ - \delta K \quad \therefore \quad \frac{dk}{dt} = s\frac{Q}{L} - \delta\frac{K}{L} - k\frac{\frac{dL}{dt}}{L} \quad (1.1.10)$$

Na equação acima podemos substituir  $Q$  por  $Lf(k)$  (como indicado em 1.1.8);  $\frac{\frac{dL}{dt}}{L}$  por  $\lambda$  (terceira premissa), e  $\frac{K}{L}$  por  $k$ , assim deduzindo a equação de acumulação do capital por trabalhador, também chama de equação fundamental de Solow:

$$\frac{dk}{dt} = s\frac{Lf(k)}{L} - \delta k - k\lambda \quad \therefore \quad \frac{dk}{dt} = sf(k) - (\lambda + \delta)k \quad (1.1.11)$$

A equação fundamental de Solow nos permite observar as três seguintes condições:

- a)  $sf(k) > (\lambda + \delta)k \quad \therefore \quad \frac{dk}{dt} > 0$
- b)  $sf(k) < (\lambda + \delta)k \quad \therefore \quad \frac{dk}{dt} < 0$
- c)  $sf(k) = (\lambda + \delta)k \quad \therefore \quad \frac{dk}{dt} = 0$

As condições a) e b) apresentam economias em processo de expansão ou retração do capital por trabalhador, mas a terceira condição exprime um ponto em que a acumulação de capital por trabalho se torna nula; ou seja, a condição c) indica que existe um nível de capital por trabalhador  $k^*$  em que a economia atinge um nível estacionário (onde  $\frac{dk}{dt} = 0$ ). No longo prazo é indutivo pensar que a economia irá crescer até o ponto em que a poupança por trabalhador consiga sustentar a reposição do capital por trabalhador, ou se retrair para esse mesmo nível, ou seja, de ambas as formas, convergindo para o terceiro caso.

Com essa conclusão, pode-se inserir o nível estacionário na equação (1.1.8); chamando  $\frac{Q}{L} = q$ , e chega-se na dedução de que dado à existência de um nível de capital

estacionário  $k^*$ , ceteris paribus, existe um nível de produto por trabalhador  $q^*$  também estacionário:

$$Q = Lf(k^*) \quad \therefore \quad q^* = f(k^*) \quad (1.12)$$

Dada essas deduções iniciais, partindo do estado estacionário e aplicando (1.1.12) no caso c), pode-se isolar a taxa de poupança como igualdade dependente da taxa da reposição de capital  $(\lambda + \delta)$ , e da proporção de capital por produto da própria.

$$sq = (\lambda + \delta)k \quad \therefore \quad s = (\lambda + \delta)\frac{k}{q} \quad \therefore \quad s = (\lambda + \delta)\frac{K}{Q} \quad (1.1.13)$$

Desse ponto, podemos seguir Sato (1964), em que a relação do estoque do capital de uma economia em relação ao seu produto,  $v$ , é resultado dos fatores e condições técnicas da mesma, mas evitando coeficientes fixos no longo prazo (ou seja, embora uma unidade de capital obrigatoriamente necessite de uma quantidade de trabalho associada a ela para gerar produção, essa quantidade é sujeita a mudanças no longo prazo).

$$s = (\lambda + \delta)v \quad (1.1.14)$$

Nessa visão está implícito que no modelo neoclássico a taxa de poupança está tecnicamente relacionada a fatores exclusivamente exógenos, e a razão  $K/Q$ , ou  $v$ , se torna uma ‘variável de ajuste’ para acomodar choques na taxa de reposição caso a taxa de poupança se mantenha constante. Por exemplo: havendo uma elevação da taxa de depreciação do capital, de forma que  $\delta' > \delta$ , e a taxa de poupança se mantendo constante,  $s$  conseguia suportar  $(\lambda + \delta)v$ , de maneira  $s - (\lambda + \delta)v = 0$ ; mas agora como  $(\lambda + \delta') > (\lambda + \delta)$ , isso implica em  $s - (\lambda' + \delta)v < 0$ . Por analogia a condição b) do modelo de Solow, sabemos que isso se reflete em uma *retração* do capital por trabalhador até um novo nível estacionário em que se retorne a condição c). Isso levará uma diminuição do total de capital nessa economia, levando no longo prazo a proporção  $K/Q$  a diminuir até atingir um nível que  $s$  consiga suportar a nova reposição necessária de capital junto a essa uma proporção  $v'$ , de forma  $s = (\lambda + \delta')v'$ .

Essa interpretação sugere que a taxa de poupança  $s$  é totalmente independente da proporção de capital por produto de uma economia, logo ela pode

se manter fixa enquanto a taxa de reposição  $(\lambda + \delta)$ , e a proporção  $v$  oscilam para se ajustar as propensões a poupar dos agentes dessa economia. Embora radical, essa é uma visão possível a partir das bases neoclássicas, mais relaxaremos essas hipóteses afim de colocar restrições a taxa de poupança.

## 1.2 EFEITOS NOS SALÁRIOS E LUCROS

Considera-se uma função lucro que depende da receita advinda do preço  $P$  e da quantidade de produto  $Q$ , sendo  $r$  a remuneração do capital, e  $w$  o salário pago aos trabalhadores. Assumindo que a função de produção seja uma Cobb-Douglas com retornos constante de escala:

$$Q = K^\alpha L^\beta \quad \text{s.a} \quad \alpha + \beta = 1 \quad (1.2.1)$$

A função lucro  $\pi$  pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\pi = P(K^\alpha L^\beta) - (rK + wL), \quad (1.2.2)$$

sendo os preços e os custos de produção considerados como dados pelo mercado, o nível de produção que maximiza o lucro em competição perfeita utilizará a quantidade de trabalho em que a produtividade marginal de  $L$  iguale o custo do salário real  $w/P$ . Na equação Cobb-Douglas acima, já considerando salário real como  $\omega$ , e mais uma vez capital por trabalhador como  $k$ , o resultado<sup>1</sup> segue como:

$$\frac{w}{P} = \beta \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha \quad \therefore \quad \omega = \beta k^\alpha \quad (1.2.3)$$

Desse ponto a relação entre crescimento econômico e crescimento dos salários passa a ficar mais clara, já que sendo o salário real remunerado aos trabalhadores

---

<sup>1</sup> Os passos para deduzir o salario real que maximiza o lucro:

- (1) Derivar  $\pi$  em relação  $L$ :  $\frac{\partial \pi}{\partial L} = PK^\alpha \beta L^{(\beta-1)} - w$ ;
- (2) Igualar a zero:  $PK^\alpha \beta L^{(\beta-1)} - w = 0$
- (3) Isolar o salario  $w$  sobre o preço  $P$ :  $\frac{w}{P} = K^\alpha \beta L^{(\beta-1)}$ , que segue a equação (1.2.3).

dependente da produtividade marginal do trabalho, e essa do nível de capital disponível para cada trabalhador, à medida que  $k$  varia, o salário varia nessa mesma direção.

A intuição por trás dos movimentos dos salários é explicada por Solow e Stiglitz (1968). Em um primeiro momento uma maior quantidade de capital acaba requerendo uma maior quantidade de trabalho, logo o salário para fornecer essa quantidade de trabalho aumenta, já no pleno emprego, uma maior quantidade de estoque de capital por trabalhador aumenta a produtividade do trabalho, também gerando um aumento salarial para o trabalhador. Em ambos os casos, uma maior quantidade de capital por trabalhador leva a um maior salário real, contudo é indutivo pensar que o salário não aumenta para sempre a partir desta fonte, e de fato esse processo termina quando a economia atinge o capital estacionário. Neste estágio, o salário depende da produtividade, e considerando a definição de neutralidade do progresso técnico de Harrod, todo progresso técnico se cristaliza em aumento da produtividade do trabalho e consequentemente em ganho salarial real.

Nesta monografia, no entanto, não consideramos progresso tecnológico, por motivo de simplicidade. Neste caso, dada qualquer quantidade de estoque de capital, existe um salário real de equilíbrio de curto prazo que fornece a quantidade de trabalho necessária nesse período, além de remunerar o aumento da produtividade do trabalho. No longo prazo quando o capital por trabalhador atinge seu estado estacionário, ou seja, ele atinge o salário real que remunera a produtividade marginal do trabalho, logo, um nível de capital estacionário  $k^*$  implica um nível de salário real estacionário  $\omega^*$ . Essa intuição fica mais clara aplicando  $\ln$  de ambos os lados e montando o gráfico abaixo:

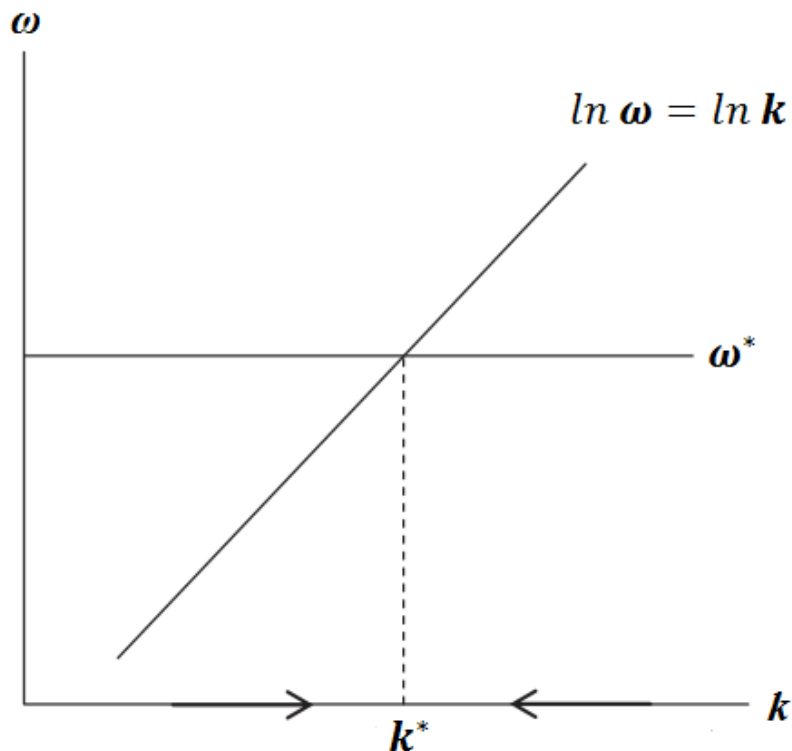


Figura 1. Relação salário real e capital por trabalhador. Fonte: ROS, 2016 (com modificações).

No gráfico acima, qualquer ponto na linha de trajetória do salário real é um possível salário real de equilíbrio em curto prazo, que tende a aumentar ou diminuir a medida que o capital por trabalhador converge no longo prazo para seu estado estacionário, o mesmo acontece com o salário real. Pontos a direita do capital por trabalhador estacionário apresentam maior salário real que  $\omega^*$ , e também uma reposição necessária de capital por trabalhador acima do sustentado pela poupança; logo no curto prazo a produtividade marginal do trabalho aumenta, o que justifica o aumento do salário real. No longo prazo a medida que a  $k$  vai convergindo para o seu estado estacionário  $k^*$ , a produtividade marginal do trabalho diminui com menos disposição de capital para cada trabalhador, reduzindo o lucro das firmas, que decidem por diminuir o salário real até que ele se equipare novamente a produtividade marginal.

Até agora consideramos o efeito do aumento do salário real em relação ao capital por trabalhador como dois mecanismos diferentes subsequentes e válidos em competição perfeita: a) o salário real aumenta no curto prazo porque uma nova quantidade de capital por trabalhador leva a uma maior demanda por trabalhador, visto

que esse capital não pode operar sozinho<sup>2</sup>; e b) a produtividade marginal do trabalho aumenta com aumento do capital por trabalhador, aumentando assim o salário real. Mas embora sejam dois mecanismos diferentes, eles ocorrem simultaneamente, e são possíveis em uma situação inicial fora do pleno emprego (considerando que o estoque de capital do estado estacionário é maior que o estoque inicial, de maneira que  $k_0 < k^*$ ). Para tal análise se faz importante completar a definição do estado estacionário mostrado anteriormente, e em seguida como os lucros são afetados.

Quando se define que a economia atingiu seu nível de capital por trabalhador estacionário, está implícito que taxa de acumulação do estoque de capital  $K$  de uma economia cresce a mesma taxa que o crescimento da força de trabalho  $L$ , mantendo proporção  $K/L$  constante ao longo do tempo. A economia não tendo atingido seu estado estacionário, implica que a  $K$  está crescendo a taxas superiores que  $L$ , levando a um aumento da proporção  $K/L$  no próximo período. Por analogia, em uma situação inicial fora do pleno emprego, um aumento instantâneo de  $k$  em qualquer período de tempo abaixo de  $k^*$ , será uma taxa maior que a taxa de crescimento da força de trabalho  $\lambda$ , logo há uma nova quantidade de capital que necessita ser associado com uma nova força de trabalho, esse aumento da demanda por trabalhador leva a um aumento dos salários, como por forças de inelasticidade, é provável que essa demanda por trabalho não ‘limpe’ o mercado de todo o desemprego (SOLOW; STIGLITZ, 1968), simultaneamente há uma ‘sobra’ de estoque de capital a ser distribuído entre os novos e antigos trabalhadores, aumentando sua produtividade. Como sabemos que o salário real atinge seu ponto estacionário  $\omega^*$  no longo prazo quando o capital por trabalhador atinge  $k^*$ , sabemos que esses dois mecanismos também atingem seu limite nesse ponto,

Ou seja, no longo prazo, mesmo em situação inicial fora do pleno emprego, a economia atinge seu pleno emprego conjuntamente com seu salário real máximo justamente quando o capital por trabalhador atinge seu estado estacionário. Nesse nível a quantidade de estoque de capital adicionada somente é o suficiente para cobrir o

---

<sup>2</sup> Embora como a segunda afirmação garante, aumentar o capital por trabalhador de fato irá aumentar a produtividade do trabalho, mas há uma quantidade máxima de capital que cada trabalhador consegue operar. Logo aumentar o estoque de capital por trabalhador implica também em contratar mais trabalhadores, aumentando a demanda por trabalho, aumentando o salário de curto prazo. (SOLOW et al., 1966)



capital depreciado (não há mais pressão), e cobrir os novos trabalhadores com a mesma quantidade de capita que os antigos, sem haver mais capital disponível pra distribuição.

Caso haja um choque na taxa de reposição de capital por trabalhador ( $\lambda + \delta$ ), seja por uma mudança na depreciação ou uma elevação/diminuição da taxa de crescimento da população, no longo prazo o salário real irá seguir a variação da proporção  $v$ . Isso se deve ao fato que passa a haver menos capital para cada trabalhador disponível, a intuição é a mesma caso haja um aumento de investimento pontual em um único período, colocando  $k$  acima de  $k^*$  por um curto período de tempo. O que se modifica é a distribuição de lucro e salários em relação ao produto.

É intuitivo pensar que como o salário real se mantém constante no estado estacionário, como cada novo trabalhador recebe o mesmo salário com a mesma produtividade marginal, o *salário real por trabalhador* também se mantém constante, analogamente, em condições de competição plena, o *lucro gerado por trabalhador* também permanece constante. Isso, no entanto não é verdade fora do estado estacionário. Embora o salário real aumente com a convergência para o estado estacionário, qualquer ponto abaixo de  $\omega^*$ , e embora seja um ponto de equilíbrio, ainda há mais pessoas dispostas a trabalhar por esse salário do que de fato é empregada, é justamente o capital que seria destinado a esses trabalhadores que ficam de fora que acaba sendo distribuído entre os antigos trabalhadores, aumentando a proporção  $K/L$ . Logo qualquer salário  $\omega_t$  abaixo de  $\omega^*$ , é menor que o salário que “limparia” o mercado do excedente do trabalho. Ou seja, até o estado estacionário ser atingido, o *lucro gerado por trabalhador* é maior que aquele do estado estacionário, pois o salário real pago é menor. No modelo neoclássico não há conflito distributivo no equilíbrio de longo prazo, salários se igualam a produtividade do trabalho no ponto em que lucros são maximizados, podem haver desequilíbrios de curto prazo como descrito anteriormente, mas o que não ocorre no estado estacionário

Em suma, seguindo essa visão, com a taxa de poupança  $s$  sendo determinados por fatores exógenos, choques em  $(\lambda + \delta)$ , causam uma mudança na proporção  $K/Q$ , com um aumento na reposição de  $k$ , o capital se torna mais escasso, aumentando o preço  $r$  pago ao mesmo, salário real  $\omega$  diminui até se igualar a sua nova produtividade marginal, o lucro converge para o ponto em que seja maximizada novamente dada a

nova estrutura de mercado. Há uma ‘reorganização’ da economia, mas não um mecanismo que reinicie ou piore a situação do investimento após o choque, isso pode ser modificado caso se assuma a hipótese de King e Rebelo (1993) em conjunto com a equação de Cambridge, em que a taxa de poupança passe a ser definida por uma proporção dos salários e dos lucros.

## 2 ENDOGENEIZANDO A POUPANÇA

Até agora, tudo que foi discutido se refere a teoria neoclássica, tanto no seu aspecto de crescimento econômico, quanto da distribuição de renda sob a ótica da produtividade marginal, ou uma interpretação de Kaldor (1955) de uma teoria de distribuição de renda ‘Marshallina’. Como demonstrado anteriormente, sendo a taxa de poupança de um país determinada por forças exógenas, e esse país conseguindo manter sua taxa de crescimento populacional e taxa de depreciação constante, sua economia irá ao longo prazo convergir para um estado estacionário de acumulação de capital por trabalhador, definindo a proporção  $K/Q$ , e a distribuição entre lucros e salários em relação ao produto. Esse processo é válido sob a hipótese de que forças externas mantenham a taxa de poupança constante em qualquer nível de produtor por trabalhador e a qualquer nível de proporção  $K/Q$ .

Seguido ainda nessa linha de distribuição de renda neoclássica, alguns economistas deram suas contribuições para relaxar a hipótese de uma poupança, ou taxa de poupança exógenamente determinada. Embora não caiba aqui ilustrar todos os trabalhos feitos a respeito, é possível mencionar Frank Ramsey (1928) o qual define a taxa de poupança de uma economia como aquela que maximiza a utilidade das famílias no longo prazo, dada suas preferências e a distância para atingir o *Bliss econômico*.

Também é possível tentar tornar a taxa de poupança de certa forma dependente não só do nível de renda/produto por trabalhador (como foi apresentado na primeira parte), mas também em relação a suas necessidades e propensões a consumir. Caminho traçado pelos professores King e Rebelo (1993), o qual será apresentado ao longo desse capítulo.

### 2.1 RELACIONANDO A POUPANÇA COM UMA RENDA DE SUBSISTÊNCIA

Embora os professores Robert King e Sergio Rebelo (1993) em seu artigo foquem na dinâmica da transição nos modelos neoclássicos, que não é o foco desse

trabalho, eles trazem a interessante ideia de simular a trajetória de uma economia com um estoque de capital inicial menor do que seu estoque estacionário final previsto pela teoria neoclássica. Algumas dessas simulações incluem poupança fixa e exógena como no modelo básico, e outras em que existe algum nível de substituição entre poupança e consumo, embora não explicitamente mencionada pelos autores, essas se assemelham em termos práticos a *regra de ouro* descrita por Phelps (1961) com consumo sujeito a restrições de utilidade. Um dos modelos apresentado pelos autores assume uma função utilidade ao estilo Stone-Geary em que há a necessidade de um consumo de um nível de renda de subsistência necessário, então o consumo por trabalhador pode ser apresentado matematicamente, como o faz Ros (2013), da seguinte forma:

$$c = (\psi - (\lambda + \delta)k) + \phi(q - \psi), \quad (2.1.1)$$

onde  $c$  seja o consumo por trabalhador,  $\psi$  o nível de renda de subsistência por trabalhador,  $\phi$  a propensão marginal a consumir,  $q$ ,  $k$ , e  $(\lambda + \delta)$  seguem sendo o produto por trabalhador, o capital por trabalhador, e a taxa de reposição, respectivamente. Dessa equação de consumo per capita pode-se generalizar a poupança total de uma economia visto que  $S = Q - cL$ , em que  $L$  igual à quantidade de trabalhadores.

$$S = (\lambda + \delta)K + (1 - \phi)(Q - \psi L) \quad (2.1.2)$$

Considerando que a poupança de uma economia permanece sendo uma parcela poupada do produto disponível, pode se modificar a equação (2.1.2) para conter  $S = sQ$ , e isolar a taxa  $s$ , rearranjando para:

$$s = (\lambda + \delta) \frac{K}{Q} + (1 - \phi) \left(1 - \frac{\psi}{q}\right) \quad (2.1.3)$$

A equação (2.1.3) se assemelha bastante com a equação (1.1.13), onde mais uma vez a taxa de poupança  $s$  continua tendo relação com a taxa de reposição e a proporção  $\frac{K}{Q}$ , ou  $v$ , mas adicionalmente possui relação com a propensão marginal a consumir e a proporção entre a renda de subsistência e o produto por trabalhador. Fica claro que enquanto o produto por trabalhador aumenta, contando com  $\phi < 1$ , há uma diminuição

na proporção  $\frac{\psi}{q}$ , logo a uma menor parcela  $s$  do produto usado, mas ainda acima da reposição, o que se traduz em maior poupança no próximo período de tempo, reforçando o ciclo de acumulação de capital por trabalhador. É lógico pensar que esse processo possui seu fim quando  $q$  está tão elevado em relação à renda de subsistência  $\psi$ , que a parcela  $(1 - \phi)(1 - \frac{\psi}{q})$  converge para  $(1 - \phi)$ , mantendo  $s$  constante ao longo do tempo, atingindo o estado estacionário. Embora seja certo que  $q$  jamais será infinitamente maior que  $\psi$ , a ponto da fração  $\psi/q$  tender a zero, e  $(1 - \frac{\psi}{q}) = 1$ , esse processo também encontra seu fim quando  $q$  atinge  $q^*$ ; logo  $(1 - \phi)(1 - \psi/q^*)$  também se torna ‘proporção fixa’ em relação a  $s$ , estacionando a dinâmica nos seguintes períodos de tempo.

Também é interessante notar que podemos reorganizar a equação para a seguinte forma, sem perder a validade da intuição:

$$sq = (\lambda + \delta)k + (1 - \phi)(q - \psi). \quad (2.1.4)$$

Essa equação possui outra condição em que  $sq$  sustenta a reposição do capital por trabalhador: caso o produto por trabalhador seja exatamente a renda de subsistência por trabalhador,  $q = \psi$ , esse processo não acontece (visto que a taxa poupança se torna somente o suficiente para repor o capital por trabalhador  $S = (\lambda + \delta)k$ ), e a economia incorre em uma armadilha de pobreza. A economia nesse caso já se inicia em um estado estacionário, e não consegue dar início a um processo de acumulação de capital, e crescer até o estado estacionário “superior” onde  $q = q^*$ .

A intuição é relativamente simples. Caso se considere um consumo de um nível de renda de subsistência a ser atingido em cada período de tempo, antes de ocorrer o ato de poupar, existe um nível de capital por trabalhador, cujo produto por trabalhador resultante é quase inteiramente usado para cobrir esse consumo de subsistência, e a poupança restante é usada para gerar a mesma quantidade de capital por trabalhador próximo período de tempo, logo não há acumulação de capital por trabalhador ao longo do tempo.

Nas palavras dos próprios autores:

“Nesse modelo, há um estado estacionário instável no nível em que o estoque de capital é compatível com  $\psi^3$ . Esse estado estacionário de baixo nível se assemelha com uma “armadilha de pobreza” familiar na literatura de desenvolvimento econômico. Isto é, apesar de boas oportunidades de investimento, o país não consegue investir pois a produção é somente o suficiente para atingir consumo de subsistência e a reposição do capital depreciado.” (KING; REBELO, 1993) (Tradução própria).

A diferença entre esse modelo com a necessidade de uma renda de subsistência em relação ao modelo básico se torna mais clara se apresentando uma sobreposição desses modelos em um gráfico de crescimento do produto por trabalhador ao longo do tempo como na figura 2. Por conveniência os autores normalizaram  $\psi$  ser igual a 90% de  $q$  no ano 0, o que ainda leva a um crescimento do produto nos próximos períodos, embora tome visivelmente mais tempo. Porém é possível utilizar a definição de uma economia estagnada em armadilha de pobreza, com  $\psi = q$  no ano 0, e traçar uma trajetória sem nenhum tipo de crescimento nos anos subsequentes.

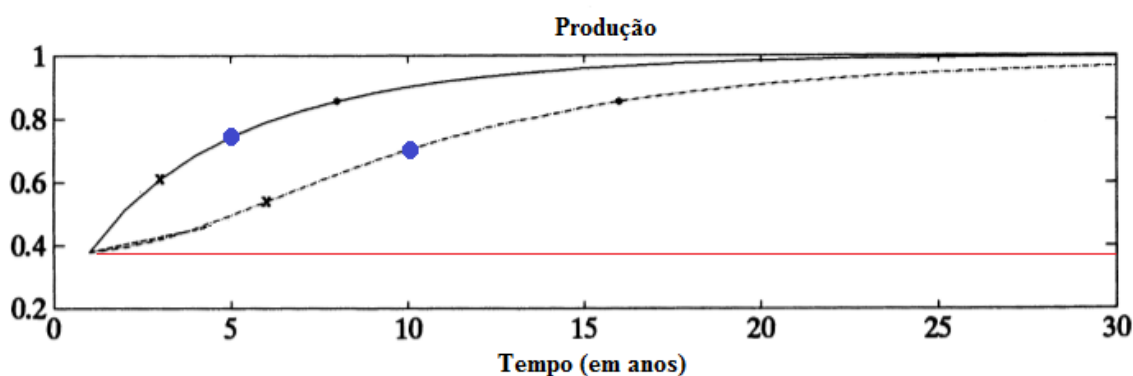


Figura 2. Sobreposição entre modelo básico e dois modelos com renda de subsistência. Fonte: KING; REBELO, 1993 (com modificações).

O produto está apresentado como uma fração do seu valor total no estado estacionário, a linha cheia representa o modelo padrão, a linha pontilhada representa a trajetória definida pelos autores com  $\psi$  sendo 90% de  $q$  do ano 0, e a linha vermelha

<sup>3</sup>Escrito como  $C/(\frac{C}{M})$  no artigo original

uma situação de economia estagnada, com toda seu produto sendo utilizada como renda de subsistência. O x em cada trajetória representa o quarto de vida da dinâmica, o ponto azul, a meia vida, e \*, os três quartos de vida. Os parâmetros para essa simulação foram: depreciação,  $\delta = 0,10$ ; crescimento populacional,  $\lambda = 0,014$ , e investimento, ou seja, a taxa de poupança, para manter a economia em seu estado estacionário igual a 6,5%; e a participação do capital na função de produção,  $\alpha = 2/3$ . Segundo os autores os valores dos parâmetros foram escolhidos com base nos trabalhos anteriores de Maddison e Barro (1987).

Algumas perguntas tendem a surgir ao analisar esse modelo, entre elas: a) qual o efeito na discussão sobre os salários? O que muda em relação ao modelo sem esse duplo estado estacionário e armadilha de pobreza? b) É possível o produto cair *abaixo* da renda de subsistência em um determinado período de tempo? E c) há como, mantendo a hipótese de um consumo de uma renda de substancia  $\psi$  igual ao produto inicial  $q$ , ser possível um país escapar dessa armadilha?

## 2.2 REVISITANDO O SALÁRIO REAL

Para poder adicionar as hipóteses acima na análise dos salários, se faz necessário revisitar as conclusões sobre o crescimento dos salários no modelo de Solow padrão, e adicionar alguns pontos específicos. Considerando que a função de produção da economia é uma Cobb-Douglas como descrita em (1.2.1), pode-se definir sem problemas que  $q = k^\alpha$ , e, logicamente,  $q^* = k^{*\alpha}$ . Logo partindo da condição do estado estacionário, em que a poupança  $sk^{*\alpha}$  per capita sustenta a reposição do capital por trabalhador  $(\lambda + \delta)k^*$ , pode-se deduzir o nível de  $k^*$  no estado estacionário:

$$sk^{*\alpha} = (\lambda + \delta)k^* \quad \therefore \quad k^{*1-\alpha} = \frac{s}{(\lambda + \delta)} \quad \therefore \quad k^* = \left[ \frac{s}{(\lambda + \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2.2.1)$$

Como sabemos pela discussão no primeiro capítulo, os dois processos que determinam o crescimento do salário real  $\omega$  chegam ao fim quando a economia atinge o estado

estacionário, a equação (1.2.3) implica  $\omega^* = \beta(k^*)$ , combinado com a equação (2.2.1), se pode definir que:

$$\omega^* = \beta(k^*)^\alpha \quad \therefore \quad \omega^* = \beta \left( \frac{s}{(\lambda + \delta)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (2.2.2)$$

É importante frisar que essas modificações não invalidam nenhuma das intuições e conclusões dadas anteriormente, onde consideramos uma função genérica  $Q = f(K, L)$  sujeita a restrições padrões neoclássicas, apenas explicitamos matematicamente em torno de uma função menos genérica, mas que respeita todas as restrições de (1.1.2) a (1.1.4). A trajetória de crescimento e estabilidade do salário real no modelo neoclássico padrão continua seguindo a da figura 1, em que há um crescimento constante até a economia atingir  $k^*$ , conseqüentemente  $\omega^*$ , e, portanto, um há único ponto de equilíbrio, a equação (2.2.2) apenas exprime esse nível de equilíbrio.

Podemos repetir os passos anteriores com a equação (2.1.4), considerando novamente  $q^* = k^{*\alpha}$ , e definir o nível de  $k^*$  estacionário sob a hipótese de existência uma renda de subsistência:

$$sk^{*\alpha} = (\lambda + \delta)k^* + (1 - \phi)(k^\alpha - \psi) \quad \therefore \quad k^* = \left[ \frac{s - (1 - \phi)\left(1 - \frac{\psi}{k^\alpha}\right)}{(\lambda + \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2.2.3)$$

Como esperado é possível ver que por causa da fração  $\left(1 - \frac{\psi}{k^\alpha}\right)$ , há a existência de dois estados estacionários de  $k^*$ , um ‘inferior’ em que, obviamente,  $k^\alpha = \psi$ , e outro acima em que  $k^\alpha > \psi$ . Essa característica certamente será repassada aos salários reais que dependem da acumulação e do nível do capital por trabalhador para crescer e atingir seu equilíbrio em  $\omega^*$ . Juntando a equação (2.2.3) em, mais uma vez,  $\omega^* = \beta(k^*)^\alpha$ , obtemos:

$$\omega^* = \beta \left( \frac{s - (1 - \phi)\left(1 - \frac{\psi}{k^\alpha}\right)}{(\lambda + \delta)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad (2.2.4)$$

essa equação nos permite confirmar suspeitas anteriores, em que ao contrário do salário real no modelo neoclássico padrão, expresso em (2.2.2), o salário real de equilíbrio em



um modelo com renda de subsistência passa a ser função do capital por trabalhador. Vale notar que em ambos os modelos o salário real  $\omega$  pode ser denotado como uma função de  $k$ , mas o salário real de *equilíbrio*  $\omega^*$  no modelo de Solow não depende de  $k$ , ou melhor, depende de um nível de  $k^*$  que possui um único equilíbrio demonstrado na equação (2.2.2) e na figura 1. Como a equação (2.2.3) nos permite observar, quando adicionada às hipóteses de King e Rebelo (1993), há a existência de um duplo estado estacionário de  $k^*$ , o que se reflete em um duplo equilíbrio de  $\omega^*$ .

Podemos começar a tratar de maneira mais específica a relação entre renda e crescimento, sendo o salário a renda que é *de facto* de posse dos trabalhadores, a intuição de uma economia em armadilha de pobreza se torna mais clara. Até agora indiretamente tratamos como um país pobre como o *resultado* de um não crescimento econômico, ou ao menos como uma situação causada por uma interrupção no processo de acumulação de capital, mas agora pobreza em si se torna um empecilho e uma condição para o não crescimento da economia. Essa é uma ideia recorrente na literatura de crescimento e desenvolvimento econômico como salientado em Kraay e Raddatz (2007), e Ben-David (1994). Economias podem não crescer pelo fato de que seus trabalhadores gastam seus salários para sobreviver, sem condições de poupar o que se torna uma *causa* da estagnação, e não somente um resultado da mesma.

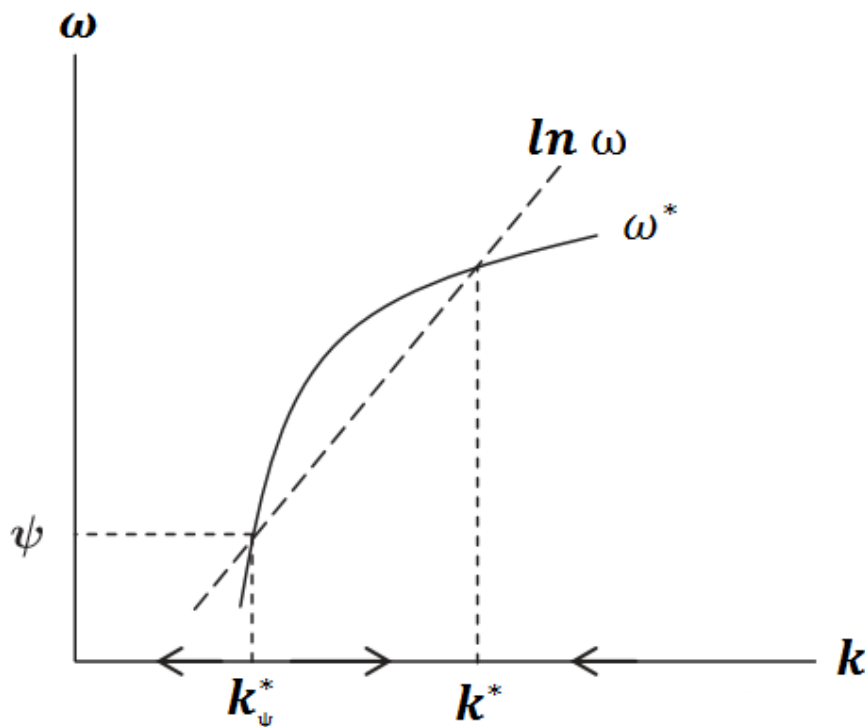


Figura 3. Relação salário real e capital por trabalhador com renda de subsistência. Fonte: ROS, 2016 (com modificações).

A figura 3 ilustra a trajetória de crescimento do salário real  $\omega$  em relação à  $k$ , e o duplo equilíbrio em um modelo com renda de subsistência. Há um nível  $k_\psi^*$  em que o salário real  $\omega$  iguala  $\psi$ , logo todo o salário é destinado a suprir a subsistência dos trabalhadores e repor o capital depreciado, não há um ‘excesso de renda’ que se traduza em poupança, os processos de acumulação de capital não se iniciam, e o nível de capital permanece em  $k_\psi^*$ . Acima desse ponto, há um equilíbrio em  $k^*$  semelhante ao encontrado no modelo de crescimento neoclássico padrão.

O interessante é que há uma trajetória entre esses dois equilíbrios,  $k_\psi^*$  pode ser considerado como estado estacionário no sentido em que nesse ponto não há processos que levem a um nível de  $k$  maior nos próximos períodos de tempo, há um ciclo que reforça que a economia se mantenha nesse ponto. Caso a economia consiga superar essa barreira, com, existem sim processos que levem a acumulação de capital até atingir  $k^*$ , a diferença é que se, por motivos quaisquer, a economia fique acima de  $k^*$ , ela converge novamente para  $k^*$ . Ambos são níveis estacionários no sentido que não há processos que levem a níveis superiores de capital por trabalhador a partir deles, mas um impulso acima de  $k_\psi^*$  faz a economia crescer para  $k^*$ ; um impulso acima de  $k^*$  acaba retornando para  $k^*$ .

Nelson (1956) oferece sua visão analisando economias em equilíbrios de baixo nível:

“Quando países colocam seus pés na escada do crescimento, eles geralmente têm a capacidade de continuar subindo. Todas as coisas boas tendem a se mover conjuntamente a cada degrau alcançado: maior nível de estoque de capital, maior especialização, tecnologia mais avançada, e estabilidade populacional. Se um país está preso abaixo da escada, com o primeiro degrau alto demais para ser alcançado, a caminhada nem ao mesmo começa.” (NELSON, 1956) (Tradução própria).

Seguindo essa ideia de Nelson, quando uma economia consegue romper a barreira do nível  $k_\psi^*$ , ela consegue entrar nos processos que aumentem seu nível de riqueza, consequentemente maiores salários, e maior taxa de poupança. Isso pode visto na curvatura da linha  $\omega^*$ , em que a medida que o capital por trabalhador aumenta logo após

superar  $k_{\psi}^*$ , há um ‘boom’ na trajetória de  $\omega^*$  acima de  $\ln \omega$ , provando que a poupança aumenta conforme um aumento de  $k$ , mas a lei dos retornos decrescentes retorna o equilíbrio em cima da trajetória de  $\ln \omega$ . (ROS, 2013).

Está claro que caso a economia consiga superar esse baixo equilíbrio, ela tende a atingir o equilíbrio mais elevado, se livrando da armadilha de pobreza, espera-se que ela não ‘recaia’ em outra armadilha logo em seguida (pelo menos não sob as mesmas condições). Essa superação pode vir geralmente sob a forma de investimentos de outros países, ou transferências diretas do estrangeiro, como um *big-push* externo (SACHS et al., 2004). Um possível mecanismo interno será ilustrado mais adiante, mas primeiramente vale a pena pensar sobre os efeitos de caso a economia caia para abaixo de  $k_{\psi}^*$ , ou se os custos de subsistência aumentar tal que o salário  $\omega$  não consiga mais manter  $\psi$ . Para tal é necessário expandir e revisitar outros conceitos anteriormente estabelecidos.

### 2.3 EXPANDINDO A RENDA DE SUBSISTÊNCIA PARA UM CONSUMO MÍNIMO LIMITE

Quando na figura 3, está ilustrado que no nível  $k_{\psi}^*$  o salário real  $\omega$  igual a  $\psi$ , está logicamente ilustrado que nesse nível, o salário de subsistência  $\omega_{\psi}$  consegue adquirir ou manter exatamente  $\psi$ , e dar continuidade ao ciclo da armadilha de pobreza. Ou seja, cada trabalhador consegue consumir o suficiente para a sua subsistência, e ao mesmo tempo guardar o mínimo para esse processo se repetir no próximo período de tempo, isso já foi discutido a exaustão nas partes anteriores. Até agora tratamos renda de subsistência e consumo de subsistência quase como sinônimos, mas na verdade podemos especificar que na renda de subsistência  $\psi$ , ou mais especificamente, no salário de subsistência  $\omega_{\psi}$ , há uma parte destinada a um *consumo limite mínimo*  $\tilde{\psi}$  que cada trabalhador precisa adquirir para sobreviver, que ele irá priorizar em cada período de tempo, e o restante  $S_{\psi}$  do seu salário será usado para manter a economia em  $k_{\psi}^*$ .

Na verdade, a distribuição do salário real por trabalhador, ou o que cada trabalhador consegue adquirir com cada nível de salário pode ser definido como:

$$\omega = \tilde{\psi} + S_{\psi} + \left[ \phi \left( \omega - (\tilde{\psi} + S_{\psi}) \right) + (1 - \phi) \left( \omega - (\tilde{\psi} + S_{\psi}) \right) \right], \quad (2.3.1)$$

em que  $\tilde{\psi}$  é o consumo limite mínimo de cada trabalhador,  $S_{\psi}$  é a poupança necessária para garantir um salário de subsistência  $\omega_{\psi}$ , e  $\phi$  a propensão marginal a consumir acima da renda de subsistência. Os efeitos da propensão a consumir estão em colchetes intencionalmente para mostrar que se todo o salário for usado para garantir  $\tilde{\psi} + S_{\psi}$ , não haverá consumo ou poupança acima da renda de subsistência. Isso acontece exatamente quando o salário real é igual ao salário de subsistência, visto que por definição anterior, a renda  $\psi$  é a combinação de do consumo  $\tilde{\psi}$  e da poupança  $S_{\psi}$ .

Também se sabe que  $S_{\psi}$  deve ser igual à reposição de  $k_{\psi}^*$ , para garantir  $\omega_{\psi}$  no futuro, logo,  $S_{\psi} = (\lambda + \delta)k$ . O que faz a composição do salário  $\omega_{\psi}$  um caso particular da equação (2.3.1), na seguinte forma:

$$\omega_{\psi} = \tilde{\psi} + S_{\psi} \quad \therefore \quad \omega_{\psi} = \tilde{\psi} + (\lambda + \delta)k \quad (2.3.2)$$

Em realidade é possível substituir  $\psi$  por  $\tilde{\psi} + (\lambda + \delta)k$  ao longo do trabalho sem perder a consistência das afirmações feitas. Por exemplo, a equação (2.1.1) que foi o ponto de partida para introduzir a hipótese de uma renda de subsistência necessária, pode ser reescrita sem problemas como:

$$c = ((\tilde{\psi} + (\lambda + \delta)k) - (\lambda + \delta)k) + \phi(q - \psi) \quad \therefore \quad c = \tilde{\psi} + \phi(q - \psi), \quad (2.3.3)$$

o que permite uma intuição mais precisa, porque a equação original estava implicitamente sugerindo que na renda  $\psi$  havia uma parcela  $(\lambda + \delta)k$  não sendo consumida, logo era poupança não explicita, o consumo de facto se dá no consumo de subsistência limite  $\tilde{\psi}$ , mais uma propensão a consumir sobre o produto após a reposição  $(\lambda + \delta)k$  ser poupada. A parte  $\phi(q - \psi)$  não necessita de ajuste, pois a propensão a consumir  $\phi$  é sobre o produto por trabalhador excedente acima de  $\psi$ , para  $\phi(q - \psi)$  não ser zero,  $q > \psi$ , ou expandido  $q > \tilde{\psi} + (\lambda + \delta)k$ , o que não muda a intuição.

Com esses conceitos estabelecidos, agora podemos analisar como uma economia estagnada em  $k_{\psi}^*$  cairia abaixo desse equilíbrio, que embora seja um equilíbrio de baixo nível de renda, ainda assim um equilíbrio. Pela equação (2.3.2), sabemos que a economia está nesse equilíbrio quando  $\omega_{\psi}$  sustenta o consumo  $\tilde{\psi}$  e a reposição  $(\lambda + \delta)k$ , logo há duas maneiras de  $\omega_{\psi}$  não sustentar mais esse equilíbrio: a) com um choque no consumo limite mínimo  $\tilde{\psi}$ , ou b) um choque nas variáveis que compõe a reposição de  $k$ .

Em ambos os casos, a lógica é simples: as pessoas não têm como reduzir o seu consumo abaixo da subsistência limite, mesmo que isso implique em menos salário amanhã. Logo, mesmo que haja um choque em  $\tilde{\psi}$ , da maneira que  $\tilde{\psi}' > \tilde{\psi}$ , a parcela do salário restante será menor que  $S_{\psi}$ , et ceteris parebus, menor que  $(\lambda + \delta)k$ , levando a uma não reposição do capital por trabalhador necessário para manter a economia em  $k_{\psi}^*$ , havendo a uma retração do nível do capital por trabalhador abaixo de  $k_{\psi}^*$  no próximo período de tempo. Analogamente um choque na depreciação de forma que  $(\lambda + \delta') > (\lambda + \delta)$ , fará com que essa nova reposição seja maior que a parcela do salário que os trabalhadores conseguem guardar, levando também a um nível do capital por trabalhador ainda menor.

Das duas maneiras, o salário real, que depende do nível do capital por trabalhador, no próximo período de tempo será menor do que o salário de subsistência que fornece a reposição necessária para manter a economia em equilíbrio em  $k_{\psi}^*$ , logo haverá mais uma rodada de não reposição suficiente de  $k$ . Não havendo uma nova mudança nas variáveis, como em  $\tilde{\psi}'' < \tilde{\psi}'$ , a tendência é esse ciclo continuar até o salário real adquirir apenas  $\tilde{\psi}'$ , não havendo – no limite – nenhuma geração de capital por trabalhador no próximo período de tempo. Esse é um caso limite teórico, a literatura sobre pobreza e subdesenvolvimento tende a colocar uma margem limite na queda de PIB/renda durante períodos de crise em países estagnados, devido a mecanismo estruturais e institucionais que fogem do escopo de uma análise mais teórica. (KRAAY; RADDATZ, 2007; SACHS et al., 2004; SACHS, 2005)

Mesmo esses sendo de casos extremos, é válido refletir sobre o tema, embora o foco desse trabalho seja sobre distribuição de renda, poupança e crescimento, é possível intuir sobre decrescimento de economias. E esse de fato demonstra os riscos que uma economia em armadilha de pobreza se encontra, não somente em um ciclo vicioso de não crescimento, mas também em uma situação ‘fio de navalha’ mais extrema.

Esse processo não ocorreria no estado estacionário de maior nível  $k^*$ , embora seja possível que nesse nível também possa ocorrer um choque em  $\tilde{\psi}$  ou  $(\lambda + \delta)$ . A diferença é que como a renda gerada por  $k^*$  é maior que a renda de subsistência  $\psi$ , a poupança por trabalhador não está restringida a  $S_\psi$ , mas, por dedução da equação (2.3.1), será  $S_\psi + [(1 - \phi)(\omega - \psi)]$ . Isso permite a economia como um todo consiga sustentar um choque no consumo limite ou na reposição necessária, o efeito será o mesmo que no modelo de Solow padrão, a economia irá se reequilibrar em um nível de capital por trabalhador estacionário menor, de forma que  $k_2^* < k_1^*$ , mas não irá entrar uma espiral descendente como descrito anteriormente.

### 3 UMA ANÁLISE KALDORIANA

Anteriormente foi sugerido que a superação que armadilha de pobreza seria dada apenas por fatores externos, como financiamento externo e ajuda internacional (SACHS, 2005), mas talvez haja alguma maneira endógena à economia que permita quebrar o ciclo de pobreza. Como foi a tentativa de melhorar a poupança no modelo de crescimento neoclássico, através de uma hipótese da existência de uma renda de consumo de subsistência necessária que nos levou a armadilha de pobreza, será ampliando estudo sobre a taxa de poupança e distribuição de renda que usaremos para sair desse ciclo. Primeiramente vale discorrer sobre uma distribuição de renda aos moldes da equação de Cambridge apresentada inicialmente por Kaldor, e ver como ela se encaixa em nosso problema.

Nesse capítulo será apresentado, em um primeiro momento, a teoria desenvolvida de distribuição de renda de Cambridge, originalmente concedida por Nicholas Kaldor como uma distribuição de renda pós-keynesiana. Mais adiante será analisada a maneira como essas hipóteses kaldoriana interagem com a existência de uma renda/consumo de subsistência apresentado anteriormente. Finalmente, como essas novas hipóteses ajudam em um possível escape para a armadilha de pobreza.

#### 3.1 APRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CAMBRIDGE

Da mesma maneira que se começou apresentando modelo de Solow, será apresentado as deduções da teoria kaldoriana. As deduções seguir são um resumo direto como demonstrado no seu artigo original (KALDOR, 1955), e em Pasinetti (1979).

A teoria de distribuição de Kaldor se apoia em duas identidades:

- I. O produto  $Q$  de uma economia remunera dois tipos de renda: a renda dos trabalhadores, a ser essa o salário  $W$ ; e a renda dos capitalistas, o lucro  $\pi$ . Logo:

$$Q = W + \pi \quad (3.1.1)$$

- II. O investimento  $I$  de economia igual a sua poupança  $S$ , e por sua vez essa ser uma junção da poupança dos trabalhadores  $S_W$  e da poupança dos capitalistas  $S_\pi$ .

$$I = S \quad \therefore \quad I = S_W + S_\pi \quad (3.1.2)$$

Sendo a poupança dos trabalhadores quanto à dos capitalistas, são uma parcela  $s_W$  e  $s_\pi$  de suas respectivas rendas, o investimento pode ser reescrito da seguinte forma:

$$S = s_W W + s_\pi \pi \quad \therefore \quad I = s_W W + s_\pi \pi \quad (3.1.3)$$

Arranjando a primeira condição (equação 3.1.1) para  $W = Q - \pi$ , e introduzindo na equação (3.1.3), pode-se isolar as taxas de poupança dos trabalhadores e dos capitalistas do lucro, como em:

$$I = s_W(Q - \pi) + s_\pi \pi \quad \therefore \quad I = (s_\pi - s_W)\pi + s_W Q \quad (3.1.4)$$

Da equação acima se pode deduzir uma equação de relação entre investimento e produto  $I/Q$  (3.1.5), além de uma equação de relação proporção entre lucro e produto  $\pi/Q$  (3.1.6):

$$\frac{I}{Q} = (s_\pi - s_W) \frac{\pi}{Q} + s_W \quad (3.1.5)$$

$$\frac{\pi}{Q} = \frac{I}{Q} \frac{1}{(s_\pi - s_W)} + \frac{s_W}{(s_\pi - s_W)} \quad (3.1.6)$$

As duas proporções apresentadas mostram que dada as taxas de poupança nos salários dos trabalhadores, e nos lucros dos capitalistas, se define a proporção entre o investimento e produto, e a parcela do lucro na renda (KALDOR, 1955).



O autor chama a atenção para a diferença entre as duas taxas de poupança ( $s_\pi - s_w$ ) que desempenha um papel importante nessa teoria, visto que na equação (3.1.5), é essa diferença que determina o tamanho do impacto de  $\pi/Q$  no investimento sobre produto, quanto maior a diferença maior o impacto. Analogamente, também é essa diferença que relaciona na equação (3.1.6) a proporção investimento-produto  $I/Q$  na parcela dos lucros sobre renda. Essa na verdade é a essência da equação de Cambridge, ou como coloca Pasinetti:

“Um dos resultados mais estimulantes das teorias macroeconômicas que foram elaboradas em Cambridge é uma relação muito simples conectando a taxa de lucro e a distribuição de renda à taxa de crescimento econômico, através da interação das diferentes propensões a poupar.”(PASSINETI, 1979)

Por enquanto chamaremos esse ‘coeficiente de diferenças’ ( $s_\pi - s_w$ ) de  $m$ , será explicando mais adiante. Para o sistema poder funcionar,  $m$  deve ser maior que zero e diferente de zero para qualquer  $s_\pi$  e  $s_w$ , disso se fazem necessárias duas restrições sobre as taxas de poupança:

- a)  $m > 0 \quad \therefore \quad s_\pi > s_w$
- b)  $m \neq 0 \quad \therefore \quad s_\pi \neq s_w$

No entanto pode surgir uma situação em que os trabalhadores não realizam poupança, logo com  $s_w$  igual a zero,  $m = s_\pi$ , a parcela dos lucros na renda se torna uma relação direta com a poupança dos capitalistas.

$$\frac{\pi}{Q} = \frac{1}{s_\pi} \frac{I}{Q} \quad (15)$$

Esse caso especial ganha novas interpretações quando analisada juntamente com a existência de uma renda de subsistência, e a poupança necessária para mantê-la. Por enquanto é interessante notar, que no caso kaldoriano, quando menor a taxa de poupança dos capitalistas, maior será a parcela dos lucros na renda.

Dessa maneira também está definido que os lucros são consequência da proporção de investimento. Bresser (1975) explica os *insights* desse mecanismo: em uma economia em equilíbrio, caso os capitalistas comessem a investir mais que

vinham fazendo, isso certamente aumentaria o capital disponível na economia, o que aumentaria a demanda por trabalhadores e consequentemente levando a um aumento do salário real. Esse aumento nos salários levaria a um aumento da demanda agregada, que mais que compensaria os novos salários pagos aos trabalhadores, aumentando a proporção  $\pi/Q$ . O que não acontece no modelo neoclássico padrão, onde o lucro já definido no estado estacionário a partir dos salários reais pagados, sendo esses atrelados a produtividade do trabalho, que por sua vez é função do capital por trabalhador, então não há conflito distributivo.

Bresser também nos permite fazer mais duas afirmações sobre a teoria distribuição kaldoriana: em economias maduras a taxa, sem oferta de mão de obra ilimitada, a taxa dos salários deve ser superior a um nível de subsistência; e os capitalistas demandam uma taxa de lucro  $\pi/Q$  mínima, no limite essa deve ser igual ao preço do investimento de capital, e superior ao salario real pago aos trabalhadores. Essa ultima afirmação terá implicações importantes em nossas próximas análises.

### 3.2 UNIFICANDO AS HIPÓTESES

Com esses conceitos kaldorianos definidos, podemos introduzi-los em nossa análise sobre crescimento econômico, e modelar os mesmos conjuntamente a uma renda de subsistência necessária.

Como, ao contrário de nossas hipóteses que a poupança é homogênea entre todos os agentes da economia, pela equação (3.1.3) sabemos que no modelo kaldoriano  $S = s_W W + s_\pi \pi$ , esse será nosso de partida. Para encontrar individualmente  $s_W W$  e  $s_\pi \pi$ , trataremos de maneira individual o consumo da renda advinda do salário, trabalhadores, e o consumo advindo dos lucros. Assim a intuição inicial é retornar a equação (2.1.1), e simplesmente consumo genérico  $c$  por um consumo específico do salário  $c_\omega$  ou do lucro  $c_\pi$ , mas essa divisão nos leva a fazer algumas considerações, primeiramente, como já tratamos da diferença entre renda de subsistência  $\psi$  e consumo de subsistência  $\tilde{\psi}$ , sabemos que a equação (2.1.1) pode ser reescrita sem problemas da forma a especificar o consumo, com na equação (2.3.3), ou também como:

$$c = \left( (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}) - S_{\Psi} \right) + \phi \left( q - (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}) \right) \quad (3.2.1)$$

Essa nova equação do consumo genérico é simplesmente um rearranjo da equação (2.3.3), exceto que  $(\lambda + \delta)k = S_{\Psi}$ , o que até agora fazia sentido, pois como não havia diferenças entre o consumo e a poupança de um grupo agente em relação a outro, a ‘obrigação’ de manter a poupança de subsistência necessária era a mesma entre todos os agentes dessa economia. A partir de agora como temos uma diferença entre trabalhadores e capitalistas, cada agente desses grupos irá contribuir com uma parcela referente ao sua própria fonte de renda, salário  $S_{\Psi}^{\omega}$ , ou lucro  $S_{\Psi}^{\pi}$ , mas não alterando que  $S_{\Psi}^{\omega} + S_{\Psi}^{\pi} = S_{\Psi}$ , e logicamente que  $S_{\Psi}^{\omega} + S_{\Psi}^{\pi} = (\lambda + \delta)k$ . Logo, o *consumo por agente da renda advinda do salário*, será:

$$c_{\omega} = \left( (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\omega}) - S_{\Psi}^{\omega} \right) + \phi \left( \omega - (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\omega}) \right), \quad (3.2.2)$$

em que  $\tilde{\Psi}$  é o consumo limite mínimo de cada agente,  $S_{\Psi}^{\omega}$ , como definido, é a parcela contribuída por agente para a poupança de subsistência,  $\omega$  é a renda desse tipo de agente, e  $\phi$  a propensão marginal a consumir acima da renda de subsistência. Nota-se que tanto para trabalhadores ou capitalistas, a propensão  $\phi$  não mudará, pois trabalhadores são agentes que ganham menos, gastam mais da sua renda em relação à  $\tilde{\Psi}$ , logo possuem menos margem para poupar, mas caso recebessem a renda de um capitalista, gastariam o equivalente a esse aumento de renda, mas como sua renda estaria agora muito acima de  $\tilde{\Psi}$ , poupariam da mesma forma que um capitalista.

Generalizando para a poupança total dos salários, de maneira que  $S_W = W - c_{\omega}L$ , obtem-se:

$$S_W = S_{\Psi}^{\omega}L + (1 - \phi)(W - (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\omega})L) \quad (3.2.3)$$

Como  $S_W$  permanece sendo uma parcela  $s_W W$  dos salários, essa equação já seria o suficiente para continuar nossa análise, mas o interessante é que pode-se também deduzir a *taxa de poupança dos salários* em relação ao salário real por trabalhador definindo  $s_W \omega$  como em:

$$\frac{S_W}{L} = s_W \omega \quad \therefore \quad s_W \omega = S_{\Psi}^{\omega} + (1 - \phi) \left( \omega - (\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\omega}) \right), \quad (3.2.4)$$

isolando  $s_W$ , de maneira que podemos obtemos um resultado relativamente familiar:

$$s_W = \frac{S_\psi^\omega}{\omega} + (1 - \phi) \left( 1 - \frac{(\tilde{\psi} + S_\psi^\omega)}{\omega} \right) \quad (3.2.5)$$

A equação acima parece familiar a equação (2.1.3), que é dedução da taxa de poupança por trabalhador em um modelo com renda de subsistência, e que por sua vez essa é semelhante a equação (1.1.13), a dedução da taxa de poupança no modelo de Solow. Esse era o próximo passo natural deste trabalho, deduzir as taxas de poupança de trabalhadores e capitalistas em relação a uma renda de subsistência. É possível ver, como será discutido mais adiante, como essas novas hipóteses irão afetar a análise de uma armadilha de pobreza.

Embora os agentes detentores dos lucros sejam os capitalistas, a poupança irá ser definida em relação a quantidade de trabalhadores, e não de capitalistas, pois nosso interesse está nos *lucros gerados por trabalhador*, e como os mesmos são utilizados. Essa condição é útil quando definimos que o produto é uma divisão entre salários e lucros, de maneira que  $Q = W + \pi$  (equação 3.1.1), podendo ser formalizado como  $q = \omega + \Pi$ , produto por trabalhador distribuído entre salário real por trabalhador, e lucro por trabalhador.

Seguindo, da mesma maneira que na equação (3.2.3) está definida a poupança dos salários por trabalhador, podemos analogamente repetir os passos para definir a poupança dos lucros por trabalhador.

$$S_\pi = S_\psi^\Pi L + (1 - \phi)(\pi - (\tilde{\psi} + S_\psi^\Pi)L), \quad (3.2.6)$$

sendo  $\Pi$  o lucro por trabalhador,  $S_\psi^\Pi$ , a parcela contribuída pelos agentes detentores do lucro para a poupança de subsistência,  $\Pi$  o lucro por trabalhador,  $\phi$  e  $\tilde{\psi}$  seguem sendo a propensão a consumir e o consumo de subsistência respectivamente.

Agora com as poupanças advindas dos salários e dos lucros já definidas, pelas equações (3.2.3) e (3.2.6), podemos finalmente reunir a poupança agregada da economia sob a forma de:

$$S_W + S_\pi = (S_\psi^\omega + S_\psi^\pi)L + (1 - \phi) \left( q - (\tilde{\psi} + S_\psi^\omega) - (\tilde{\psi} + S_\psi^\pi) \right) L \quad (3.2.7)$$

Ou também, como estabelecido anteriormente que  $S_\psi^\omega + S_\psi^\pi = (\lambda + \delta)k$ , e arranjando para conter a poupança agregada  $S$ , segue-se que:

$$S = (\lambda + \delta)K + (1 - \phi) \left( q - (\tilde{\psi} + S_\psi^\omega) - (\tilde{\psi} + S_\psi^\pi) \right) L \quad (3.2.8)$$

Essa finalmente é equação que nó permite intuir sobre a armadilha de pobreza proposta por King e Rebelo em moldes kaldorianos. Ela intencionalmente se assemelha a equação (2.1.2), no sentido que ambas definem a poupança agregada de uma economia sob a hipótese que existe um consumo de subsistência que os agentes devem usufruir, e de uma poupança que gera o próximo nível de renda compatível com esse consumo mínimo. A diferença mais clara é que na equação (2.1.2), ainda estamos tratando de *renda* de subsistência  $\psi$ , e na equação (3.2.8) estamos explicitando o consumo de subsistência e a sua poupança  $S_\psi$  necessária.

Outro aspecto é que como agora há dois grupos de agentes, cada grupo colabora com uma parcela de  $S_\psi$  que lhe é disponível. Se faz interessante manter as poupanças  $S_\psi^\omega$  e  $S_\psi^\pi$  separadas, pois se se voltarmos ao caso especial da equação de Cambridge em que os trabalhadores não conseguem guardar nenhum tipo de poupança ( $m = s_\pi$ ), ‘guardar’ a poupança de subsistência será integralmente efeito da parcela de poupança de subsistência do lucro, ou seja  $S_\psi^\pi = S_\psi$ . Essa é uma diferença fundamental com que vimos no capítulos 2, pois sugere que mesmo o salário real sendo utilizado apenas para o aquisição do consumo de subsistência,  $\omega = \tilde{\psi}$ , e ser insuficiente para qualquer tipo de poupança, , ainda há uma maneira de manter a economia em um nível de renda de subsistência nos próximos períodos. Anteriormente vimos que o fato de em algum momento  $\omega < \psi$ , isso levaria a economia a entrar em um processo cíclico de retração de capital por trabalhador até a mesma não haver capacidade de gerar nenhum capital no próximo período.

Isso se torna ainda mais claro se isolarmos a taxa de poupança a agregada da economia, isso é possível quando se considera que  $S = s_W W + s_\pi \pi$ , e que por sua vez  $S = sQ$ , logo:

$$s = (\lambda + \delta) \frac{K}{Q} + (1 - \phi) \left( 1 - \frac{(\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\omega})}{q} - \frac{(\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\pi})}{q} \right) \quad (3.2.9)$$

Essa equação define a taxa de poupança uma economia com todas as hipóteses aplicadas de maneira genérica, mas como estamos interessados em um caso específico em que o salário real esteja seja igual somente ao consumo de subsistência,  $\omega = \tilde{\Psi}$ , como não haverá nenhum tipo de poupança por parte dos trabalhadores,  $S_{\Psi}^{\omega} = 0$ . Nesse caso, a equação assume a forma:

$$s = (\lambda + \delta) \frac{K}{Q} + (1 - \phi) \left( 1 - \frac{(\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\pi})}{q} - \frac{\omega_{\tilde{\Psi}}}{q} \right) \quad (3.2.10)$$

A equação acima, quando comparada a (2.1.3) explica porque evitamos entrar em um ciclo descendente, antes considerávamos que salário real por trabalhador  $\omega$  era igual a toda a renda por trabalhador da economia  $q$ , logo quando o salário se encontrava abaixo de  $\omega_{\Psi}$  não havia outra fonte de poupança para sustentar a reposição do capital por trabalhador. Outro aspecto interessante dessa equação, é que  $S_{\Psi}^{\pi}$  assume a forma de  $S_{\Psi}$ , e  $(\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\pi})$  se torna simplesmente  $\Psi$ , logo a parte  $(1 - \phi) \left( 1 - \frac{(\tilde{\Psi} + S_{\Psi}^{\pi})}{q} - \frac{\omega_{\tilde{\Psi}}}{q} \right)$  pode ser reescrita como  $(1 - \phi)(q - \Psi - \omega_{\tilde{\Psi}})$ .

Esse rearranjo também nos permite intuir que enquanto o produto por trabalhador for maior que os salários reais por trabalhador, e da renda de subsistência, de forma  $q > \Psi + \omega_{\tilde{\Psi}}$ , sendo essa parte positiva, haverá acumulação de capital no próximo para o próximo período de tempo. Isso já tinha sido discutido a exaustão anteriormente, mas a novidade se encontra no fato que agora  $\Psi$  advém exclusivamente dos lucros, que os capitalistas procuram maximizar dado qualquer nível de salário, mesmo em níveis de salários em consumo de subsistência  $\omega_{\tilde{\Psi}}$ . Isso porque os capitalistas não irão contratar trabalhadores caso esses comecem a reduzir seus lucros, como indica Kaldor (1955), a proporção  $\frac{\pi}{W}$  indica o lucro total dos capitalistas em relação ao salário total pago aos trabalhadores, no limite essa proporção de se manter acima de 1. Mesmo com choques em  $W$ , os capitalistas irão retrain os salários pagos até essa proporção se reestabelecer como  $\frac{\pi}{W} > 1$ .

Existe, claro, a possibilidade da renda por trabalhador ser o suficiente apenas para pagar os salários de consumo de subsistência, e os lucros por trabalhador serem suficientes para adquirir  $\tilde{\psi}$  e poupar  $S_\psi$ , de maneira que  $q = \tilde{\psi} + S_\psi + \omega_{\tilde{\psi}}$ . Embora seja contra intuitivo pensar que os capitalistas aceitariam um consumo igual aos dos trabalhadores – sendo esse o consumo mínimo de subsistência para ambos –, o lucro permanece acima dos salários, então é ainda é uma possibilidade. Isolando  $S_\psi$ , de maneira  $S_\psi = q - \tilde{\psi} - \omega_{\tilde{\psi}}$ , se define a poupança de subsistência em uma condição de armadilha de pobreza.

Apenas um choque muito alto no nível de consumo limite de subsistência, de forma  $\tilde{\psi}' > \tilde{\psi}$ , conseguiria derreter a poupança de subsistência dos capitalistas sem esses conseguirem maximizar seus lucros a esse novo nível de salário mínimo, como  $q - \tilde{\psi}' - \omega'_{\tilde{\psi}} = 0$ , levando a  $S_\psi = 0$ . Embora ainda estejamos falando de um equilíbrio em armadilha de pobreza, esse equilíbrio ainda é mais ‘estável’ que aquele discutido no capítulo anterior.

### 3.3 NOVAS IMPLICAÇÕES NOS SALÁRIOS

Para mais uma vez introduzir essas hipóteses nos salários, faremos algumas considerações que embora facilitem o desenrolar das intuições, não modificam as conclusões a respeito. Primeiramente, iremos considerar que os agentes detentores dos salários não poupam para a poupança de subsistência, essa era uma hipótese considerada no caso limite em que  $\omega = \tilde{\psi}$ , mas agora generalizaremos essa afirmação para qualquer nível de renda  $\omega$ . O pretexto para essa condição será que investimento é primeiramente realizado pelos capitalistas, logo ao investir eles ‘garantem’ uma poupança  $S_\psi$ , quando o podem fazer obviamente, e a poupança acima de  $S_\psi$  se dá por suas propensões a poupar acima de  $\psi$ , e das propensões dos trabalhadores acima de  $\tilde{\psi}$ .

Acomodando essas condições acima, e modificando<sup>4</sup> equação (3.2.7), obtemos:

---

<sup>4</sup> Os passos para obter (3.3.1) estão na transição da equação (3.2.3) e (3.2.6) para a (3.2.7). Ao somar as duas primeiras equações, já foi ajustado  $\Pi + \omega = q$ , o que corretamente resulta na parte  $(q - (\tilde{\psi} + S_\psi^\omega) - (\tilde{\psi} + S_\psi^\pi)L)$  da terceira equação. Já em (3.3.1) estamos mantendo  $\Pi$  e  $\omega$  separados, o que de maneira alguma interfere nos resultados.

$$S_W + S_\pi = S_\psi L + (1 - \phi) \left( (\Pi - \psi) + (\omega - \tilde{\psi}) \right) L \quad (3.3.1)$$

Desse ponto visto que  $S_W + S_\pi = s_W W + s_\pi \pi$ , e que a poupança de uma economia ainda permanece sendo uma parcela  $s$  do seu produto  $Q$ , de maneira  $sQ = s_W W + s_\pi \pi$ , podemos deduzir a poupança  $sq$  da economia.

$$sq = \frac{s_W W + s_\pi \pi}{L} \quad \therefore \quad sq = S_\psi + (1 - \phi) \left( (\Pi - \psi) + (\omega - \tilde{\psi}) \right) \quad (3.3.2)$$

Agora pode-se fazer as substituições necessárias,  $q = k^\alpha$ , e  $S_\psi = (\lambda + \delta)k$ , para encontrar o estado estacionário do capital por trabalhador com base nessas novas hipóteses.

$$k^* = \left[ \frac{s - (1 - \phi) \left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)}{(\lambda + \delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3.3.3)$$

Não por acaso a equação acima é parecida com a equação (2.2.3), a maior diferença é que agora há dois tipos de renda por trabalhador, e cada uma está sujeita ou a renda de subsistência, ou ao consumo de subsistência. Também é possível visualizar novamente um duplo equilíbrio: primeiramente aquele da armadilha de pobreza discutido na ultima seção, em que os salários apenas conseguem adquirir o consumo mínimo de subsistência  $\tilde{\psi}$ , e os detentores dos lucros aceitam consumir somente  $\tilde{\psi}$ , embora recebam  $\psi$ , o que garante a poupança  $S_\psi$ . Feitas essas condições, a parcela  $\left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)$  se reduz a 0, e  $k^*$  encaixa em um equilíbrio de baixo nível.

O mais interessante dessa equação, é que ela nos permite perceber outro ponto discutido anteriormente, é que além do fato de mesmo o salário real ser  $\omega_{\tilde{\psi}}$ , e a economia evitar entrar em um ciclo descendente, é possível haver uma acumulação de capital mesmo nesse nível, caso os lucros por trabalhador excederem a renda de subsistência dos capitalistas, de maneira  $\Pi > \psi$ . Essa é uma hipótese mais realista que as hipóteses que nos levavam a armadilha de pobreza nesse modelo, pois implica que mesmo em um salário  $\omega_{\tilde{\psi}}$ , os capitalistas maximizam seus lucros de maneira a obterem um consumo maior que  $\tilde{\psi}$ , mais especificamente  $\tilde{\psi} + \phi(\Pi - \psi)$ , e analogamente, sua poupança será  $S_\psi + (1 - \phi)(\Pi - \psi)$ , que, sendo maior que  $S_\psi$ , levará a uma acumulação de capital no próximo período de tempo.



Logo existe certo mecanismo interno que permite um ‘alívio’ ou algum tipo de fuga da armadilha de pobreza. Ou mesmo que pequenos choques no consumo de subsistência não façam a economia entrar em um ciclo descendente, e não condenam automaticamente essa economia a *foreign relief* e investimentos externos como demandado por Sachs e McArthur (2004)

Os efeitos dessas discussões serão transmitidos aos salários, visto que os mesmos continuam dependendo do nível de capital por trabalhador, resgatando a equação  $\omega^* = \beta k^{*\alpha}$ , com a equação (3.3.3):

$$\omega^* = \beta \left[ \frac{s - (1 - \phi) \left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)}{(\lambda + \delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (3.3.4)$$

Novamente é possível ver a existência de um equilíbrio de baixo nível quando  $\left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right) = 0$ , e de todas as suas implicações como já foi tratado anteriormente, mas a medida que os salários por trabalhador  $\omega$ , lucro por trabalhador  $\Pi$ , e produto por trabalhador – expresso na sua forma em função de  $k^\alpha$  – aumentam, o peso da renda de subsistência nos lucros, e do consumo de subsistência nos salários vai diminuindo. No limite,  $\psi$  e  $\tilde{\psi}$  se tornam tão menores que os salários e lucros, que eles podem ser ignorados, e  $\left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)$  se torna fixo em relação a  $\Pi$ ,  $\omega$ , e  $k^\alpha$ , atingindo um novo estado estacionário. É mais fácil perceber esse movimento caso rearranjemos, sem perder a consistência dos argumentos,  $\left( \frac{\Pi - \psi}{k^\alpha} + \frac{\omega - \tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)$  para  $\left( 1 - \frac{\psi}{k^\alpha} - \frac{\tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)$ , de maneira que a equação (3.3.4) aparece como:

$$\omega^* = \beta \left[ \frac{s - (1 - \phi) \left( 1 - \frac{\psi}{k^\alpha} - \frac{\tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)}{(\lambda + \delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (3.3.5)$$

Dessa equação fica mais fácil perceber que a medida que o capital se acumula, e  $k^\alpha$  aumenta,  $\left( 1 - \frac{\psi}{k^\alpha} - \frac{\tilde{\psi}}{k^\alpha} \right)$  tende a 1, o que no longo prazo se traduz em um novo estado estacionário em um maior nível de capital por trabalhador. Essa equação, mais uma vez, é semelhante com a equação (2.2.4), e as deduções também são relativamente

análogas umas as outras. A maior diferença entre as duas é que em um nível de capital por trabalhador  $k$ , que fornece um salário  $\omega < \psi$ , não é mais um ponto de retração de capital (ou seja não entra em um ciclo vicioso de retração de capital por trabalhador por causa dos mecanismo já explicados).

Fica interessante pensar que, se abaixo do nível de capital por trabalhador  $k_\psi$ , como a poupança de subsistência  $S_\psi$  já está ‘pagó’ pelos capitalistas, qualquer nível de renda dos trabalhadores acima do salário de consumo de subsistência  $\omega_{\tilde{\psi}}$  levará a um consumo acima de  $\tilde{\psi}$ , na forma  $\phi(\omega - \tilde{\psi})$ , e também a uma poupança  $(1 - \phi)(\omega - \tilde{\psi})$  que antes não havia na economia. Logo, como  $\omega_\psi > \omega_{\tilde{\psi}}$ , parte de  $\omega_\psi$  já está sendo usado para acumulação de capital, e não mais somente para repor a depreciação, mantendo o capital estacionando em  $k_\psi$ . Ou seja, nesse modelo,  $k_\psi$  *não* é um ponto de equilíbrio, ele é um ponto de acumulação de capital em direção a um equilíbrio de maior nível. Isso é melhor visualizado na Figura 4.

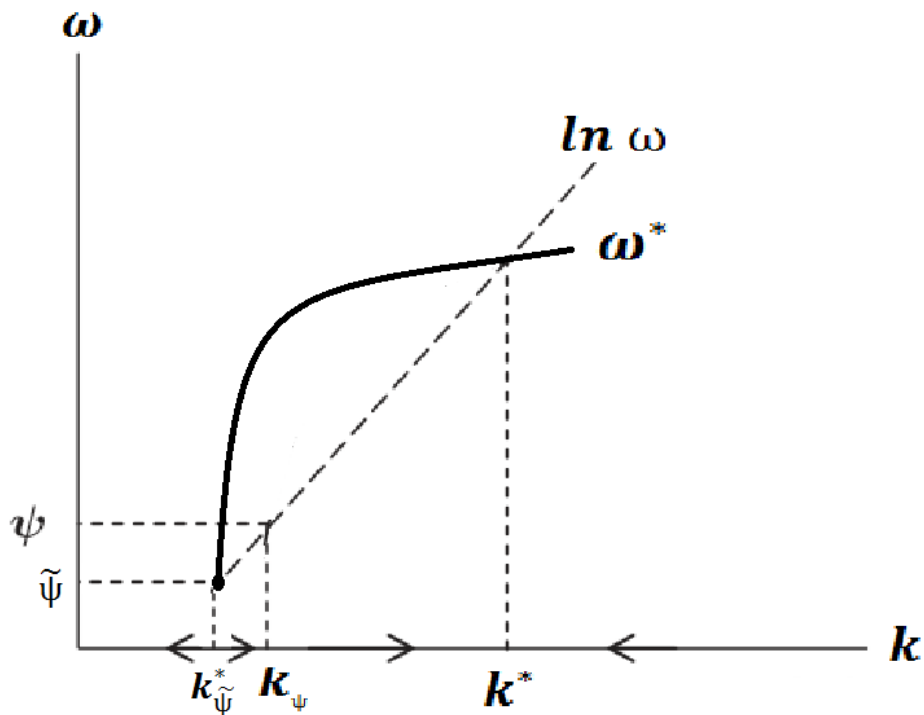


Figura 4. Relação salário real e capital por trabalhador com renda de subsistência submetido a hipóteses kaldorianas. Fonte: ROS, 2016 (com modificações).

Na figura acima, está ilustrado não somente um duplo equilíbrio, mas também as mudanças que as hipóteses de distribuição de renda kaldoriana implicam. O primeiro

equilíbrio  $k_{\psi}^*$  ocorre quando  $\omega = \tilde{\psi}$  e  $\Pi = \psi$ , embora nada garanta que  $\Pi$  será exatamente igual a renda de subsistência, como vimos faz mais sentido  $\Pi$  ser *maior* que  $\psi$  nesse ponto, escapando da armadilha de pobreza. Por fim de ilustração, deixamos que  $k_{\psi}^*$  seja o ponto de equilíbrio de baixo nível. Já  $k_{\psi}$  que antes assumia esse equilíbrio de baixo nível, é simplesmente um nível de transição para um maior nível de capital por trabalhador no próximo período de tempo.

Essas novas hipóteses permitem uma armadilha em menor nível de  $k$ , mas em contra partida garante que o antigo nível de  $k$  em que havia uma armadilha de pobreza já seja um ponto em que a armadilha foi superada, e um ponto de acumulação em direção a  $k^*$ . Elas não superam totalmente a armadilha de pobreza em modelos crescimento quando se considera a necessidade de uma renda e de um consumo de subsistência, mas fazem mais difícil uma economia *fora* dessa armadilha cair dentro dela, e apresenta um maior alcance de níveis de capital por trabalhador acima da armadilha (como o nível  $k_{\psi}$  se tornar agora um ponto de acumulação).

## CONCLUSÃO

O modelo de crescimento neoclássico é muitas vezes alvo de críticas como muito descolado da realidade, e não explicar como determinada economia funciona sob tais aspectos, no que se refere a difusão da tecnologia e convergência para o estado estacionário entre diferentes economias. No entanto um bom modelo consegue produzir bons *insights* sobre como as coisas acontecem, e fornece algum tipo de previsão a partir de hipóteses solidas. Quanto melhores e mais próximas da realidade forem suas hipóteses, mais credibilidade terão os *insights* que se pode obter dele.

Este trabalho tinha como objetivo principal deduzir o modelo de crescimento Solow-Swan a partir de hipóteses neoclássicas, focar na taxa de poupança, ver como a mesma interage com os salários e quais suas implicações. A partir disto, consideraram-se as hipóteses de King e Rebelo, relaxando a premissa de taxa de poupança exógena, e endogeneizando a mesma em relação a existência de um consumo de subsistência a ser atingido pelos trabalhadores. A partir desta hipótese o modelo pode recair em uma armadilha de pobreza, colocando novos insights em relação à distribuição da renda e o crescimento. Finalmente, foi apresentada a teoria de distribuição kaldoriana, utilizando as hipóteses da equação de Cambridge para tentar encontrar uma outra visão para a armadilha de pobreza. .

Esse objetivo está expresso na maneira que o estudo foi estruturado. A construção dos capítulos apresentou um conjunto de hipóteses, analisadas e estruturadas numa figura, como um puzzle, e, como em cada nova peça encaixada, analisou-se os efeitos das novas hipóteses sobre as apresentadas anteriormente.

Sobre os resultados finais em si, quando utilizado as hipóteses da necessidade de uma renda de subsistência apresentado por King e Rebelo (1993), pode-se recair em uma armadilha de pobreza como descrita por Nelson (1956). Um das soluções apresentadas pela literatura para escapar desse tipo de armadilha de estagnação, ou ainda sair de um ciclo de retração, usualmente requer algum tipo de ajuda externa. (SACHS et al., 2004). Uma das causas para essa estagnação em termos teóricos, é considerar a renda homogênea para todos os membros dessa economia, mas

considerando uma distribuição de renda heterógena como apresentada por Kaldor (1955) e Passinetti (1979), é possível prover um mecanismo interno para a armadilha de pobreza e choques no consumo de subsistências.

Embora essas hipóteses não anulem totalmente a existência de uma armadilha de pobreza, elas “aliviam” seus efeitos, e teoricamente aumentam os níveis de capital por trabalhador  $k_t$  em que há acumulação em direção ao equilíbrio de alto nível  $k^*$ . Em geral, elas fazem um bom trabalho aproximando o modelo de King e Rebelo do modelo de neoclássico, em que cada ponto de  $k$  leva a um maior nível no próximo período de tempo, exceto quando atingido  $k^*$ , e com, o que se pode considerar, melhores hipóteses a respeito da taxa de poupança de uma economia.

## REFERENCIAS

- AGHION, P.; HOWITT, P. **Endogenous Growth Theory**. Cambridge: The MIT Press, 1998.
- BARRO, R. J.; SALA-I-MARTIN, X. **Economic Growth**. New York: McGraw-Hill, 1995.
- BEN-DAVID, D. Convergence clubs and diverging economies. **Journal of Economic Literature**, n. October, p. 14, nov. 1994.
- BRESSER, L. C. P. O Modelo de desenvolvimento de Kaldor. **Revista Brasileira de Economia**, v. 29, n. 2, p. 51–67, 1 abr. 1975.
- CASS, D. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. **The Review of Economic Studies**, v. 32, n. 3, p. 233, 1965.
- DOMAR, E. D. Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. **Econometrica**, v. 14, n. 2, p. 137, abr. 1946.
- HARROD, R. F. An Essay in Dynamic Theory. **The Economic Journal**, v. 49, n. 193, p. 14, mar. 1939.
- KALDOR, N. Alternative Theories of Distribution. **The Review of Economic Studies**, v. 23, n. 2, p. 83, 1955.
- KING, R. G.; REBELO, S. T. Transitional Dynamics and Economic-Growth in the Neoclassical Model. **American Economic Review**, v. 83, n. 4, p. 908–931, 1993.
- KRAAY, A.; RADDATZ, C. Poverty traps, aid, and growth. **Journal of Development Economics**, v. 82, n. 2, p. 315–347, 1 jun. 2007.
- LEIBENSTEIN, H. **Economic Backwardness and Economic Growth**. New York: John Wiley, 1957.
- LEWIS, W. A. Economic Development with Unlimited Supplies of Labour. **The Manchester School**, v. 22, n. 2, p. 139–191, 1 maio 1954.
- MADDISON, A. Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment. **Journal of Economic Literature**, v. 25, n. 2, p. 649, 1987.

NELSON, R. R. A Theory of the Low-Level Equilibrium Trap in Underdeveloped Economies. **The American Economic Review**, v. 46, n. 5, p. 894–908, 1956.

PASSINETI, L. L. **Crescimento e Distribuição de Renda - Ensaios de Teoria Econômica**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1979.

PHELPS, E. The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen. **The American Economic Review**, v. 51, n. 4, p. 638–643, 1961.

RAMSEY, F. P. A Mathematical Theory of Saving. **The Economic Journal**, v. 38, n. 152, p. 543, dez. 1928.

ROMER, P. M. Endogenous Technological Change. **The Journal of Political Economy**, v. 98, n. 5, p. 71–102, 1990.

RICARDO, David. *The Principles of Political Economy and Taxation*. New York: Dover Editions, 2004

ROS, J. **Rethinking Economic Development, Growth, and Institutions**. Oxford University Press. New York: Oxford University Press, 2013.

SACHS, J. et al. Ending Africa's Poverty Trap. **Brookings Papers on Economic Activity**, v. 2004, n. 1, p. 117–240, 2004.

SACHS, J. D. **The End of Poverty - Economic Possibilities for Our Time**. 1. ed. New York: The Penguin Press, 2005.

SATO, R. The Harrod-Domar Model vs the Neo-Classical Growth Model. **The Economic Journal**, v. 74, n. 294, p. 380, 1964.

SCARPELLO, G. M. The Solow Model Improved Through the Logistic Manpower Growth Law. **Ann. Univ. Ferrara**, v. II, p. 73–83, 2003.

SMITH, Adam. *A Riqueza das Nações*. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2012.

SOLOW, R. M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 70, n. 1, p. 65, fev. 1956.

SOLOW, R. M. et al. Neoclassical Growth with Fixed Factor Proportions. **The Review of Economic Studies**, v. 33, n. 2, p. 79, abr. 1966.

SOLOW, R. M. **Growth Theory - An Exposition**. 2nd. ed. New York: Oxford University Press, 2000.

SOLOW, R. M.; STIGLITZ, J. E. Output, Employment, and Wages in the Short Run. **Quarterly Journal of Economics**, v. 82, n. 4, p. 537–560, nov. 1968.

SWAN, T. W. ECONOMIC GROWTH and CAPITAL ACCUMULATION. **Economic Record**, v. 32, n. 2, p. 334–361, 1 nov. 1956.